

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет  
Кафедра

*Естественнонаучный*  
*Общей и теоретической физики*

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина

*Асимптотические методы в математической физике*

*Блок Б1, вариативная часть, Б1.В.ДВ.01.02*

цикл дисциплины и его часть (базовая, вариативная, дисциплина по выбору)

Направление

*03.03.02*

*Физика*

код

наименование направления

Программа

*Медицинская физика*

Форма обучения

*Очная*

Для поступивших на обучение в  
**2019 г.**

Разработчик (составитель)

*к.ф.-м.н., доцент*

*Зеленова М. А.*

ученая степень, должность, ФИО

<b>1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования и описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы .....</b>	<b>6</b>
<b>3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций .....</b>	<b>10</b>

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования и описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
		неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
1	2	3				4
Способностью участвовать в подготовке и составлении научной документации по установленной форме (ПК-7)	1 этап: Знания	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое применение умения составлять описание асимптотического решения задачи, анализировать результаты расчетов по полученным формулам.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение умения составлять описание асимптотического решения задачи, анализировать результаты расчетов по полученным формулам.	Сформированное умение составлять описание асимптотического решения задачи, анализировать результаты расчетов по полученным формулам.	Домашняя контрольная работа
	2 этап: Умения	Отсутствие знаний	Неполные представления об алгоритме представления научных исследований в виде публикации.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об алгоритме представления научных исследований в виде публикации.	Сформированные систематические представления об алгоритме представления научных исследований в виде публикации.	Коллоквиум
	3 этап: Владения (навыки /	Отсутствие владений	В целом успешное, но непоследовательное владение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы	Успешное и последовательное владение	Контрольная работа

	опыт деятельности)		навыками оформления отчета о проделанном теоретическом исследовании.	владение навыками оформления отчета о проделанном теоретическом исследовании.	навыками оформления отчета о проделанном теоретическом исследовании.	
Способностью понимать и использовать на практике теоретические основы организации и планирования физических исследований (ПК-6)	1 этап: Знания	Отсутствие владений	В целом успешное, но непоследовательное владение навыками асимптотического решения задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками асимптотического решения задач.	Успешное и последовательное владение навыками асимптотического решения задач.	Контрольная работа
	2 этап: Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое применение умения планировать теоретические исследования асимптотическими методами.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение умения планировать теоретические исследования асимптотическими методами.	Сформированное умение планировать теоретические исследования асимптотическими методами.	Домашняя контрольная работа
	3 этап: Владения (навыки / опыт деятельности)	Отсутствие знаний	Неполные представления об основных этапах анализа и подбора метода решения задачи.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных этапах анализа и подбора метода решения задачи.	Сформированные систематические представления об основных этапах анализа и подбора метода решения задачи.	Коллоквиум
Готовностью применять на практике профессиональные	1 этап: Знания	Отсутствие владений	В целом успешное, но непоследовательное владение - методологией	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение -	Успешное и последовательное владение - методологией	Контрольная работа

знания теории и методов физических исследований (ПК-3)			решения задач асимптотическими методами.	методологией решения задач асимптотическими методами.	решения задач асимптотическими методами.	
	2 этап: Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое применение умения -анализировать конкретную задачу; -подбирать подходящий аналитический метод; -решать конкретную задачу выбранным асимптотическим методом.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение умения -анализировать конкретную задачу; -подбирать подходящий аналитический метод; -решать конкретную задачу выбранным асимптотическим методом.	Сформированное умение -анализировать конкретную задачу; -подбирать подходящий аналитический метод; -решать конкретную задачу выбранным асимптотическим методом.	Домашняя контрольная работа
	3 этап: Владения (навыки / опыт деятельности)	Отсутствие знаний	Неполные представления о сущности основных асимптотических методов и границах их применимости. Частичное знание основных формул.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о сущности основных асимптотических методов и границах их применимости. Знание основных формул.	Сформированные систематические представления о сущности основных асимптотических методов и границах их применимости. Знание основных формул.	Коллоквиум

**2. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Коллоквиум**

Перечень вопросы для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-3** на этапе «Знания»

1. Определение основных асимптотических соотношений- " $o$ ", " $O$ ", " $\sim$ ". Свойства основных асимптотических соотношений.
2. Асимптотические последовательности.
3. Асимптотические ряды. Степенные асимптотические ряды и их свойства.
4. Разложение в асимптотические ряды элементарных функций.
5. Равномерно сходящиеся асимптотические ряды. Понятие равномерно сходящихся асимптотических рядов.

Перечень вопросы для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-6** на этапе «Знания»

1. Основные операции с равномерно сходящимися асимптотическими рядами. Примеры равномерно и неравномерно сходящихся асимптотических рядов.
2. Метод Лапласа( асимптотика интегралов). Идея метода Лапласа.
3. Принцип локализации.
4. Асимптотика канонических интегралов.
5. Построение главных членов разложения.
6. Построение полного асимптотического разложения.
7. Метод стационарной фазы.
8. Регулярно зависящие от параметра краевые задачи .
9. Уравнения и краевые задачи, регулярно зависящие от параметра.

Перечень вопросы для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-7** на этапе «Знания»

1. Построение равномерных асимптотических разложений решений краевых задач.
2. Сингулярно зависящие от параметра краевые задачи.
3. Алгебраические уравнения и краевые задачи, сингулярно зависящие от параметра.
4. О методе пограничного слоя построения равномерных асимптотических разложений некоторых краевых задач сингулярно зависящих от малого параметра.

5. О построении глобальной асимптотики решений краевых задач сингулярно зависящих от параметра.

### Домашняя контрольная работа

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-3** на этапе «Умения»

1. Укажите верное асимптотическое соотношение при  $\varepsilon \rightarrow 0$

1)  $\frac{1}{\varepsilon} = O(\varepsilon)$ , 2)  $\cos \varepsilon = O(1)$ , 3)  $\ln(1 + \varepsilon) = O(\varepsilon^2)$ , 4)  $\operatorname{ctg} \varepsilon = O(1)$

2. Укажите верное асимптотическое соотношение при  $\varepsilon \rightarrow 0$

1)  $\varepsilon = o(\varepsilon)$ , 2)  $\operatorname{arctg} \frac{1}{\varepsilon} = o(1)$ , 3)  $\sin \varepsilon = o(\sqrt{\varepsilon})$ , 4)  $\frac{2}{1 + \varepsilon} = o(\varepsilon)$

3. Укажите верное асимптотическое соотношение при  $\varepsilon \rightarrow 0$

1)  $e^{2\varepsilon} \sim 1 - 2\varepsilon$  2)  $(1 + 3\varepsilon)^{-1} \sim \varepsilon$  3)  $\operatorname{tg} \varepsilon \sim \varepsilon^2$  4)  $e^{2\varepsilon} \sim 1 + 2\varepsilon$

4. Три первых члена асимптотического разложения в асимптотический ряд по степеням  $\varepsilon$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  выражения  $\sin(\varepsilon - 2\varepsilon^2)$  имеют вид

1)  $\varepsilon - 2\varepsilon^2 - \frac{1}{6}\varepsilon^3 + \dots$  2)  $\varepsilon + 2\varepsilon^2 + \frac{1}{6}\varepsilon^3 + \dots$  3)  $\varepsilon - 4\varepsilon^2 - \frac{5}{6}\varepsilon^3 + \dots$   
4)  $\varepsilon + 2\varepsilon^2 - \frac{1}{6}\varepsilon^3 + \dots$

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-6** на этапе «Умения»

1. Определить три члена разложения для каждого корня уравнения при малом  $\varepsilon$ :

$$x^2 - (2 + \varepsilon)x - 3 + 2\varepsilon = 0$$

2. Определить три члена разложения для каждого корня уравнения при малом  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon x^4 + x^2 - 3x + 2 = 0$$

3. Построить асимптотическое разложение интеграла при большом положительном  $x$ :

а)  $\int_x^\infty \frac{\sin(t-x)}{t} dt$ ; б)  $\int_x^\infty e^{-t} t^{\lambda-1} dt$  в)  $\int_x^\infty \frac{dt}{t^2 \ln t}$  г)  $\int_0^1 e^{-xt} \ln(1+t) dt$

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-7** на этапе «Умения»

1. Рассмотреть уравнение

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon \dot{x}^2 x \quad (\varepsilon \ll 1)$$

- построить двучленное прямое разложение решения и исследовать его равномерность;
- с помощью метода перенормировки сделать это разложение равномерно пригодным;
- построить равномерно пригодное разложение первого порядка с помощью методики Линдштедта-Пуанкаре;
- используя метод многих масштабов, построить равномерно пригодное разложение первого порядка; д) используя метод усреднения, построить равномерно пригодное разложение первого порядка.

2. Рассмотреть уравнение

$$\ddot{x} + \frac{\delta x}{1 + \varepsilon \cos 2t} = 0.$$

- построить разложение второго порядка для уравнений переходных кривых вблизи точек  $\delta = 0$ ,  $\delta = 1$ ,  $\delta = 4$ .
- используя метод Уиттекера, построить разложение второго порядка для решения  $x$  в окрестности этих кривых.

3. Рассмотреть краевую задачу

$$\varepsilon y'' + y' = 1, \quad y(0) = \alpha, \quad y(1) = \beta.$$

- найти точное решение;
- используя методы сращиваемых асимптотических разложений и многих масштабов, построить равномерно пригодное разложение первого порядка;
- сопоставить результаты.

### Контрольная работа

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-3** на этапе «Владения»

1. Рекуррентные соотношения для последовательного определения 3- первых членов асимптотического разложения  $x(\varepsilon) = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \dots$  решения уравнения

$x^2 + (2 + \varepsilon)x - 3 = 0$  по степеням малого параметра  $\varepsilon$  имеют вид;

1)  $x_0 = 3, x_1 = 3x_0, x_2 = 3x_1;$

2)  $x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0, (2x_0 + 2)x_1 + x_0 = 0, (2x_0 + 2)x_2 + x_1 + x_1^2 = 0$

3)  $x_0^2 - 2x_0 - 5 = 0, (4x_0 + 2)x_1 + x_0 = 1, (3x_0 + 5)x_2 - x_1 - x_1^2 = 0$

4)  $x_0 + x_0^2 = 3, x_1 + 3 = 3x_0, x_2 + 5 = 3x_1;$

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-6** на этапе «Владения»



1. Асимптотическим рядом для функции  $J(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$  при  $x \rightarrow 0$

является следующий ряд:

$$1) \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)} \quad 2) \sum_{n=0}^{+\infty} x^{n+3} \quad 3) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{x^n} \quad 4) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3}$$

2. Асимптотическим рядом для функции  $J(x) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{1+t} dt$  при  $x \rightarrow +\infty$

является следующий ряд

$$1) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{x^n} \quad 2) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n} \quad 3) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{x^n} \quad 4) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3}$$

3. Два первых члена в асимптотическом разложении

$y = y(x, \varepsilon) = y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \dots$  по степеням  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon \ll 1$  решения задачи

Вариант 1

$$1) 2e^{-x} - \varepsilon x^2 e^{-x} \quad 2) 2e^{-x} + \varepsilon x^2 e^{-x} \quad 3) 2x - \varepsilon x^2 e^{-x} \quad 4) 2e^{-x} + \varepsilon x^2$$

Перечень задания для оценки уровня сформированности компетенции **ПК-7** на этапе «Владения»

1. Два первых члена в асимптотическом разложении

$y = y(x, \varepsilon) = y_0(x) + \varepsilon y_1(x) + \dots$  по степеням  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon \ll 1$  решения задачи

$$\text{Дирихле} \begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} + \varepsilon(1+x) \frac{dy}{dx} = 0, \\ y(0, \varepsilon) = 1, y(1, \varepsilon) = 2, 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{имеют вид:}$$

$$1) (3x - 7) - \varepsilon(4x + 3) + \dots$$

$$2) (2x + 3) - \varepsilon(1 + 5x - \frac{(x+1)^4}{12}) + \dots$$

$$3) (3x + 17) - \varepsilon(3x - 4) + \dots$$

$$4) (x + 1) + \varepsilon(\frac{1}{12} + \frac{5}{12}x - \frac{(x+1)^4}{12}) + \dots$$

#### Вопросы к зачету

1. Возмущения по параметру. Алгебраическое уравнение
2. Возмущения по параметру. Осциллятор Ван-дер-Поля
3. Возмущения по координате. Уравнение Бесселя нулевого порядка
4. Асимптотические ряды
5. Асимптотические разложения
6. Единственность асимптотических разложений
7. Сравнение сходящегося и асимптотического рядов

8. Неравномерные разложения
9. Простейшие действия над асимптотическими разложениями
10. Прямые разложения и источники неравномерности.
11. Неравномерность на бесконечных областях
12. Неравномерность при решении уравнения Дюффинга
13. Неравномерные разложения. Модель слабой нелинейной неустойчивости
14. Неравномерные разложения. Сверхзвуковое обтекание тонкого крыла
15. Неравномерные разложения. Обтекание сферы при малых числах Рейнольдса
16. Малый параметр при старшей производной. Пример второго порядка
17. Малый параметр при старшей производной. Обтекание тела при больших числах Рейнольдса
18. Малый параметр при старшей производной. Релаксационные колебания
19. Малый параметр при старшей производной. Несимметричный изгиб предварительно напряженных кольцевых пластин
20. Изменение типа дифференциального уравнения в частных производных. Длинные волны на поверхности жидкости, стекающей по наклонной плоскости
21. Наличие особенностей. Сдвиг особенности
22. Наличие особенностей. Задача о космическом корабле Земля — Луна
23. Наличие особенностей. Термоупругие поверхностные волны
24. Наличие особенностей. Задача с точкой возврата
25. Наличие особенностей. Роль координатных систем
26. Метод растянутых параметров. Метод Линдштедта — Пуанкаре
27. Переходные кривые для уравнения Матьё. Характеристические показатели для уравнения Матьё (метод Уиттекера)
28. Метод Лайтхилла
29. Метод Темпла
30. Метод перенормировки
31. Ограничения метода растянутых координат
32. Пример слабо нелинейной неустойчивости
33. Метод сращивания асимптотических разложений
34. Метод составных разложений
35. Вариация произвольных постоянных
36. Метод усреднения.

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

№ п/п	Виды учебной деятельности бакалавров	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
				Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>					
<i>Текущий контроль</i>				<b>0</b>	<b>25</b>
1.	Домашняя контрольная работа	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>10</b>
2.	Контрольная работа	<b>15</b>	<b>1</b>		<b>15</b>

<b>Рубежный контроль</b>				<b>0</b>	<b>25</b>
1.	Коллоквиум	<b>25</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>25</b>
<b>Итого</b>				<b>0</b>	<b>50</b>
<b>Модуль 2</b>					
<b>Текущий контроль</b>				<b>0</b>	<b>25</b>
1.	Домашняя контрольная работа	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>10</b>
2.	Контрольная работа	<b>15</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>15</b>
<b>Рубежный контроль</b>				<b>0</b>	<b>25</b>
1.	Коллоквиум	<b>25</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>25</b>
<b>Итого</b>				<b>0</b>	<b>50</b>
<b>Итоговый контроль</b>					
	Зачет с оценкой			<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Поощрительные баллы</b>					
1.	Участие в конференциях	<b>10</b>	<b>1</b>		<b>10</b>
<b>Итого</b>				<b>0</b>	<b>110</b>

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

$$\text{Рейтинговый балл} = k \times \text{Максимальный балл},$$

где  $k = 0,2$  при уровне освоения «неудовлетворительно»,  $k = 0,4$  при уровне освоения «удовлетворительно»,  $k = 0,8$  при уровне освоения «хорошо» и  $k = 1$  при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На дифференцированном зачете выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.