СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет ***Математики и информационных технологий***
Кафедра ***Фундаментальной математики***

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина ***Дифференциальные уравнения с частными производными***

Блок Б1, часть, формируемая участниками образовательных отношений, Б1.В.01
цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

44.03.05 ***Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)***
код наименование направления

Программа

Математика, Информатика

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2019 г.

Разработчик (составитель)
кандидат физико-математических наук, доцент
Вагапов В. З.
ученая степень, должность, ФИО

Стерлитамак 2022

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
1	2	3	4				5
			неуд.	**удовл.**	**хорошо**	**отлично**	
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.3. Реализует инструментарий формальнологической концепции математики при построении физических и математических моделей	Обучающийся должен знать: основные понятия дисциплины, современные методы математического аппарата, место и роль в образовательном процессе	Не владеет методом Римана для построения решения задач Коши и Гурса для уравнения струны и телеграфного уравнения; не владеет методом Грина для построения решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.	Владеет недостаточно методом Римана для построения решения задач Коши и Гурса для уравнения струны и телеграфного уравнения; владеет недостаточно методом Грина для построения решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.	Хорошо владеет методом Римана для построения решения задач Коши и Гурса для уравнения струны и телеграфного уравнения; хорошо владеет методом Грина для построения решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа	Уверенно владеет методом Римана для построения решения задач Коши и Гурса для уравнения струны и телеграфного уравнения; уверенно владеет методом Грина для построения решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.	Аудиторная контрольная работа № 1 Аудиторная контрольная работа № 2 Аудиторная контрольная работа № 3 Аудиторная контрольная работа № 4 Тест № 1 Тест № 2

							Тест № 3 Тест № 4
	ПК-2.2. Применяет основы математической теории в решении научно-практических задач	Обучающийся должен уметь: применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении школьных задач, применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей в образовательном процессе	Отсутствие умений применять внутренний принцип экстремума гармонических функций при доказательстве теорем единственности и устойчивости решения задачи Дирихле.	Умеет решать типовые задачи, связанные с применением внутреннего принципа экстремума гармонических функций при доказательстве теорем единственности и устойчивости решения задачи Дирихле.	Умеет решать комбинированные задачи, связанные с применением внутреннего принципа экстремума гармонических функций при доказательстве теорем единственности и устойчивости решения задачи Дирихле	Умеет решать задачи повышенной сложности, связанные с применением внутреннего принципа экстремума гармонических функций при доказательстве теорем единственности и устойчивости решения задачи Дирихле.	Коллоквиум №1 Коллоквиум №2 Коллоквиум №3 Коллоквиум №4
	ПК-2.1. Использует знания основ математической теории и имеет представление о широком спектре приложений математики	Обучающийся должен владеть основными инструментальными средствами изучаемой дисциплины	Не знает или затрудняется в определении основных понятий теории дифференциальных уравнений с частными производными	Имеет представление, но допускает неточности в определении основных понятий теории дифференциальных уравнений	Имеет представление об основных понятиях теории дифференциальных уравнений с частными производными	Имеет четкое, целостное представление об основных понятиях теории дифференциальных уравнений с частными	Проверочная работа №1 Проверочная работа №2 Проверочная работа №3

			первого и второго порядков; не знает или затрудняется в формулировке постановок начально-граничных и граничных задач для линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.	с частными производными первого и второго порядков; имеет представление, но допускает неточности в постановках начально-граничных и граничных задач для линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.	первого и второго порядков; имеет представление о постановках начально-граничных и граничных задач для линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка	производными первого и второго порядков; имеет четкое, целостное представление о постановках начально-граничных и граничных задач для линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.	Проверочная работа №4

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень задач для проверочной работы № 1

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Знания»

1. Найти общее решение д.у. в ч.п. первого порядка :

а) $u_t + u_x = 0$ (**Ответ.** $u(x,t) = \Phi(x-t)$),

б) $u_t - u_x = 0$ (**Ответ.** $u(x,t) = \Phi(x+t)$),

в) $yu_x + xu_y = 0$ (**Ответ.** $u = \Phi(x^2 - y^2)$),

г) $xu_x + yu_y + zu_z = 0$ (**Ответ.** $u = \Phi\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)$),

д) $yu_x + xu_y = x^2 + y^2$ (**Ответ.** $u = xy + \Phi(x^2 - y^2)$),

е) $xyu_x - y^2 u_y = x^2$ (**Ответ.** $u = \frac{x^2}{3y} + \frac{1}{xy}\Phi(x \cdot y)$),

ж) $\frac{1}{x}u_x + \frac{1}{y}u_y = \frac{u}{y^2}$ (**Ответ.** $u = y\Phi(x^2 - y^2)$),

з) $xyu_x + (x-2u)u_y = yu$ (**Ответ.** $u = x\Phi(2x - y^2 - 4u)$).

1. Найти решение задачи Коши для д.у. в ч.п. первого порядка :

а) $(x - 2e^y)\, u_x - u_y = 0$, $u(x, y)\big|_{y=0} = x$

(**Ответ.** $u(x, y) = xe^y - e^{2y} + 1$),

б) $u_x + u_y + 2u_z = 0$, $u(x, y, z)\big|_{y=1} = xz$

(**Ответ.** $u = (1 + x - y)(2 - 2y + z)$),

в) $xu_x - yu_y = x - y$, $u(x, y)\big|_{x=1} = y + e^y$

(**Ответ.** $u = x + y - 1 + e^{xy}$),

г) $yu_x - xu_y = y^2 - x^2$, $u\big|_{xy=1} = \frac{y^2}{1+y^4}$

(**Ответ.** $u = xy - 1 + \frac{1}{x^2 + y^2}$).

2. Найти общее решение д.у. в ч.п. второго порядка :

а) $u_{xx} = x^2 + y$, б) $u_{yy} = x + y$, в) $u_{xy}+\frac{1}{x}u_y=0$, г) $u_{xy}=2yu_x$,

д) $u_{xy}=1$, е) $u_{xy}=x+y$,

ж) $u_{xy}+yu_y-u=0$, з) $u_{xy}=F(x,y)$,

где $F(x,y)$ – заданная на плоскости непрерывная функция

(**Ответ.** $u(x,y)=f(x)+g(y)+\int\limits_{x_0}^{x}d\xi\int\limits_{y_0}^{y}F(\xi,\eta)\,d\eta$, где f и g – произвольные функции из класса $C^1(R)$, (x_0,y_0) – любая фиксированная точка плоскости),

и) $u_{xy}+au_x=0$, $a=const$

(**Ответ.** $u=f(x)e^{-ay}+g(y)$, $f,g\in C^1(R)$),

к) $u_{xy}+au_x+bu_y+abu=0$, $a,b=const$

(**Ответ.** $u=[f(x)+g(y)]e^{-bx-ay}$, $f,g\in C^1(R)$),

л) $u_{xy}-\frac{1}{x-y}(u_x-u_y)=0$

(**Ответ.** $u(x,y)=\frac{f(x)+g(y)}{x-y}$, $f,g\in C^1(R)$).

3. Определить тип д.у. в ч.п. второго порядка и привести к каноническому виду:
а) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}+2u_x+6u_y=0$

(**Ответ.** $u_{\xi\eta}+\frac{1}{2}u_\xi=0$, $\xi=x+y$, $\eta=3x-y$),

б) $u_{xx}+4u_{xy}+5u_{yy}+u_x+2u_y=0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi}+u_{\eta\eta}+u_\eta=0$, $\xi=2x-y$, $\eta=x$),

в) $u_{xx}-2u_{xy}+u_{yy}+u_x+u=0$

(**Ответ.** $u_{\eta\eta}+u_\xi+u=0$, $\xi=x+y$, $\eta=y$),

г) $u_{xx}-2u_{xy}+u_{yy}+u_y=0$ (**Ответ.** $u_{\eta\eta}+u_\xi+u_\eta=0$),

д) $u_{xx}-6u_{xy}+10u_{yy}+u_x-3u_y=0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi}+u_{\eta\eta}+u_\xi=0$, $\xi=x$, $\eta=3x+y$),

е) $4u_{xx}+4u_{xy}+u_{yy}-2u_y=0$

(**Ответ.** $u_{\eta\eta}+u_\xi=0$, $\xi=x-2y$, $\eta=x$),

ж) $u_{xx}+2u_{xy}-2u_{xz}+2u_{yy}+6u_{zz}=0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi}+u_{\eta\eta}+u_{\zeta\zeta}=0$, $\xi=x$, $\eta=y-x$, $\zeta=x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z$),

з) $u_{xy}-u_{xz}+u_x+u_y-u_z=0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi}-u_{\eta\eta}+2u_{\xi}=0$, $\xi=x+y$, $\eta=y-x$, $\zeta=y+z$).

4. Методом характеристик построить общее решение д.у. в ч.п. :

а) $u_{xx}-2\cos x u_{xy}-\sin^2 x\, u_{yy}+\sin x u_y=0$

(**Ответ.** $u(x,y)=f(x+\sin x+y)+g(x-\sin x-y)$, $f,g\in C^2(R)$),

б) $u_{xx}+yu_{yy}+\frac{1}{2}u_y=0$ ($y<0$)

(**Ответ.** $u(x,y)=f(x+2\sqrt{-y})+g(x-2\sqrt{-y})$, $f,g\in C^2(R)$),

в) $xu_{xx}-yu_{yy}+\frac{1}{2}(u_x-u_y)=0$ ($x>0$, $y>0$)

(**Ответ.** $u(x,y)=f(\sqrt{x}+\sqrt{y})+g(\sqrt{x}-\sqrt{y})$, $f,g\in C^2$),

г) $x^2u_{xx}-y^2u_{yy}-2yu_y=0$ ($x\cdot y>0$)

(**Ответ.** $u(x,y)=\sqrt{\frac{x}{y}}\,\varphi(xy)+\psi\left(\frac{y}{x}\right)$, $\xi=\frac{y}{x}$, $\eta=xy$, $\varphi,\psi\in C^2$),

д) $x^2u_{xx}-y^2u_{yy}=0$ ($x\cdot y>0$)

(**Ответ.** $u(x,y)=\sqrt{xy}\,f\left(\frac{y}{x}\right)+g(xy)$, $f,g\in C^2$),

е) $y^2u_{xx}+yu_{yy}-\frac{1}{2}u_y=0$ ($y<0$)

(**Ответ.** $u(x,y)=f\left(x+\frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}}\right)+g\left(x-\frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}}\right)$, $f,g\in C^2$),

ж) $u_{xx}-u_{yy}+\frac{2}{x}u_x=0$

(**Ответ.** $u(x,y)=\frac{1}{x}[f(x+y)+g(x-y)]$, $f,g\in C^2$).

Перечень вариантов заданий для проверочной работы № 2 для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Знания»

1. Найти решение задачи Коши для уравнений гиперболического типа :

а) $u_{tt}-4u_{xx}=0$, $u(x,t)\big|_{t=0}=0$, $u_t\big|_{t=0}=x$, $x\in R$

(**Ответ.** $u(x,t)=xt$),

б) $u_{xy}+u_x=0$, $u(x,y)\big|_{y=x}=\sin x$, $u_x\big|_{y=x}=1$, $x\in R$

(**Ответ.** $u(x,y)=\sin y-1+e^{x-y}$),

в) $u_{xx}-u_{yy}+2(u_x+u_y)=0$, $u(x,y)\big|_{y=0}=x$, $u_y(x,y)\big|_{y=0}=0$, $x\in R$ (**Ответ.** $u(x,y)=x-y-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{2y}$),

г) $xu_{xx}-u_{yy}+\frac{1}{2}u_x=0$ ($x>0$), $u(x,y)\big|_{y=0}=x$, $u_y\big|_{y=0}=0$

(**Ответ.** $u(x,y)=x+\frac{1}{4}y^2$),

д) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}=0$, $u(x,y)\big|_{y=0}=0$, $u_y(x,y)\big|_{y=0}=x$, $x\in R$.

(**Ответ.** $u(x,y)=xy+\dfrac{y^2}{3}$),

е) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}=0$, $u(x,y)\big|_{y=0}=3x^2$, $u_y(x,y)\big|_{y=0}=0$

(**Ответ.** $u(x,y)=3x^2+y^2$).

2. Показать, что для уравнения

$$u_{xx}+yu_{yy}+\frac{1}{2}u_y=0 \quad (y<0) \qquad (1)$$

задача Коши с данными

$$u(x,y)\big|_{y=0}=\tau(x), \quad u_y(x,0)\big|_{y=0}=\nu(x), \quad x\in R$$

поставлена некорректно. Доказать, что для уравнения (1) следующие краевые задачи поставлены корректно :

а) $u(x,0)=\tau(x)$, $x\in R$, $\lim\limits_{y\to 0-0} u_y(x,y)$ конечен для каждого $x\in R$,

б) $u(x,0)=\tau(x)$, $x\in R$, $\lim\limits_{y\to 0-0}(-y)^{\frac{1}{2}}u_y(x,y)=\nu(x)$, $x\in R$,

где τ и ν – заданные достаточно гладкие функции.

3. Для уравнения (1) в области D, ограниченной отрезком AB оси $y=0$ и характеристиками AC ($x-2\sqrt{-y}=0$) и CB ($x+2\sqrt{-y}=1$) данного уравнения (см. рис. 1) построить решение задач Дарбу и Гурса :

а) $u(x,y)\big|_{y=0}=\tau(x)$, $0\le x\le 1$,

$$u(x,y)\big|_{AC}=u(x,y)\big|_{2\sqrt{-y}=x}=\psi(x), \; 0\le x\le \frac{1}{2}, \; \tau(0)=\psi(0);$$

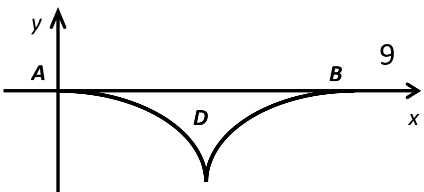

Рис. 1

б) $\lim\limits_{y\to 0-0}(-y)^{\frac{1}{2}}u_y(x,\,y)=\nu(x)$, $0<x<1$, $u(x,\,y)\big|_{AC}=\psi(x)$, $0\le x\le\dfrac{1}{2}$;

в) $u(x,\,y)\big|_{AC}=u(x,\,y)\Big|_{2\sqrt{-y}=x}=\psi_1(x)$, $0\le x\le\dfrac{1}{2}$,

$$u(x,\,y)\big|_{CB}=u(x,\,y)\Big|_{2\sqrt{-y}=1-x}=\psi_2(x),\ \frac{1}{2}\le x\le 1,\ \psi_1\left(\frac{1}{2}\right)=\psi_2\left(\frac{1}{2}\right),$$

где во всех этих задачах $\tau(x)$, $\nu(x)$, $\psi(x)$, $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ – заданные достаточно гладкие функции.

4. Показать, что задача Коши для уравнения

$$y^2u_{xx}+yu_{xx}-\frac{1}{2}u_y=0 \quad (y<0) \tag{2}$$

в классической постановке $u(x,\,0)=\tau(x)$, $u_y(x,\,0)=\nu(x)$, $x\in R$ некорректна.

5. Доказать, что для уравнения (2) весовая задача Коши с данными $u(x,\,0)=\tau(x)$, $\lim\limits_{y\to 0-0}(-y)^{-\frac{1}{2}}u_y(x,\,y)=\nu(x)$, где τ и ν – заданные достаточно гладкие функции, поставлена корректно.

Перечень задач для проверочной работы № 3

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Знания»

1. Найти общее решение д.у. в ч.п. первого порядка :

а) $u_t+u_x=0$ (**Ответ.** $u(x,t)=\Phi(x-t)$),

б) $u_t-u_x=0$ (**Ответ.** $u(x,t)=\Phi(x+t)$),

в) $yu_x+xu_y=0$ (**Ответ.** $u=\Phi(x^2-y^2)$),

г) $xu_x+yu_y+zu_z=0$ (**Ответ.** $u=\Phi\left(\dfrac{y}{x},\,\dfrac{z}{x}\right)$),

д) $yu_x+xu_y=x^2+y^2$ (**Ответ.** $u=xy+\Phi(x^2-y^2)$), е) $xyu_x - y^2 u_y = x^2$ (**Ответ.** $u = \frac{x^2}{3y} + \frac{1}{xy}\Phi(x \cdot y)$),

ж) $\frac{1}{x}u_x + \frac{1}{y}u_y = \frac{u}{y^2}$ (**Ответ.** $u = y\Phi(x^2 - y^2)$),

з) $xyu_x + (x-2u)u_y = yu$ (**Ответ.** $u = x\Phi(2x - y^2 - 4u)$).

2. Найти решение задачи Коши для д.у. в ч.п. первого порядка :

а) $(x-2e^y)\, u_x - u_y = 0$, $u(x, y)\big|_{y=0} = x$

(**Ответ.** $u(x, y) = xe^y - e^{2y} + 1$),

б) $u_x + u_y + 2u_z = 0$, $u(x, y, z)\big|_{y=1} = xz$

(**Ответ.** $u = (1 + x - y)(2 - 2y + z)$),

в) $xu_x - yu_y = x - y$, $u(x, y)\big|_{x=1} = y + e^y$

(**Ответ.** $u = x + y - 1 + e^{xy}$),

г) $yu_x - xu_y = y^2 - x^2$, $u\big|_{xy=1} = \frac{y^2}{1+y^4}$

(**Ответ.** $u = xy - 1 + \frac{1}{x^2 + y^2}$).

3. Найти общее решение д.у. в ч.п. второго порядка :

а) $u_{xx} = x^2 + y$, б) $u_{yy} = x + y$,

в) $u_{xy} + \frac{1}{x}u_y = 0$, г) $u_{xy} = 2yu_x$,

д) $u_{xy} = 1$, е) $u_{xy} = x + y$,

ж) $u_{xy} + yu_y - u = 0$, з) $u_{xy} = F(x, y)$,

где $F(x, y)$ – заданная на плоскости непрерывная функция

(**Ответ.** $u(x, y) = f(x) + g(y) + \int\limits_{x_0}^{x} d\xi \int\limits_{y_0}^{y} F(\xi, \eta)\, d\eta$, где f и g – произвольные функции из класса $C^1(R)$, (x_0, y_0) – любая фиксированная точка плоскости),

и) $u_{xy} + au_x = 0$, $a = const$

(**Ответ.** $u = f(x)e^{-ay} + g(y)$, $f, g \in C^1(R)$),

к) $u_{xy} + au_x + bu_y + abu = 0$, $a, b = const$

(**Ответ.** $u = [f(x) + g(y)]e^{-bx-ay}$, $f, g \in C^1(R)$), л) $u_{xy} - \frac{1}{x-y}(u_x - u_y) = 0$

(**Ответ.** $u(x, y) = \frac{f(x) + g(y)}{x-y}$, $f, g \in C^1(R)$).

4. Определить тип д.у. в ч.п. второго порядка и привести к каноническому виду:

а) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 6u_y = 0$

(**Ответ.** $u_{\xi\eta} + \frac{1}{2}u_\xi = 0$, $\xi = x + y$, $\eta = 3x - y$),

б) $u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} + u_x + 2u_y = 0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} + u_\eta = 0$, $\xi = 2x - y$, $\eta = x$),

в) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + u_x + u = 0$

(**Ответ.** $u_{\eta\eta} + u_\xi + u = 0$, $\xi = x + y$, $\eta = y$),

г) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + u_y = 0$ (**Ответ.** $u_{\eta\eta} + u_\xi + u_\eta = 0$),

д) $u_{xx} - 6u_{xy} + 10u_{yy} + u_x - 3u_y = 0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} + u_\xi = 0$, $\xi = x$, $\eta = 3x + y$),

е) $4u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} - 2u_y = 0$

(**Ответ.** $u_{\eta\eta} + u_\xi = 0$, $\xi = x - 2y$, $\eta = x$),

ж) $u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yy} + 6u_{zz} = 0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} + u_{\zeta\zeta} = 0$, $\xi = x$, $\eta = y - x$, $\zeta = x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z$),

з) $u_{xy} - u_{xz} + u_x + u_y - u_z = 0$

(**Ответ.** $u_{\xi\xi} - u_{\eta\eta} + 2u_\xi = 0$, $\xi = x + y$, $\eta = y - x$, $\zeta = y + z$).

5. Методом характеристик построить общее решение д.у. в ч.п. :

а) $u_{xx} - 2\cos x u_{xy} - \sin^2 x\, u_{yy} + \sin x u_y = 0$

(**Ответ.** $u(x, y) = f(x + \sin x + y) + g(x - \sin x - y)$, $f, g \in C^2(R)$),

б) $u_{xx} + yu_{yy} + \frac{1}{2}u_y = 0$ $(y < 0)$

(**Ответ.** $u(x, y) = f(x + 2\sqrt{-y}) + g(x - 2\sqrt{-y})$, $f, g \in C^2(R)$),

в) $xu_{xx} - yu_{yy} + \frac{1}{2}(u_x - u_y) = 0$ $(x > 0,\ y > 0)$

(**Ответ.** $u(x, y) = f(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + g(\sqrt{x} - \sqrt{y})$, $f, g \in C^2$), г) $x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} - 2yu_y = 0$ $(x \cdot y > 0)$

(**Ответ.** $u(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y}}\,\varphi(xy) + \psi\left(\frac{y}{x}\right)$, $\xi = \frac{y}{x}$, $\eta = xy$, $\varphi, \psi \in C^2$),

д) $x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = 0$ $(x \cdot y > 0)$

(**Ответ.** $u(x, y) = \sqrt{xy}\, f\left(\frac{y}{x}\right) + g(xy)$, $f, g \in C^2$),

е) $y^2 u_{xx} + y u_{yy} - \frac{1}{2} u_y = 0$ $(y < 0)$

(**Ответ.** $u(x, y) = f\left(x + \frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}}\right) + g\left(x - \frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}}\right)$, $f, g \in C^2$),

ж) $u_{xx} - u_{yy} + \frac{2}{x} u_x = 0$

(**Ответ.** $u(x, y) = \frac{1}{x}[\,f(x+y) + g(x-y)]$, $f, g \in C^2$).

Перечень вариантов заданий для проверочной работы № 4 для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Знания»

1. Найти решение задачи Коши для уравнений гиперболического типа :

а) $u_{tt} - 4u_{xx} = 0$, $u(x,t)\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = x$, $x \in R$

(**Ответ.** $u(x,t) = xt$),

б) $u_{xy} + u_x = 0$, $u(x, y)\big|_{y=x} = \sin x$, $u_x\big|_{y=x} = 1$, $x \in R$

(**Ответ.** $u(x, y) = \sin y - 1 + e^{x-y}$),

в) $u_{xx} - u_{yy} + 2(u_x + u_y) = 0$, $u(x, y)\big|_{y=0} = x$, $u_y(x, y)\big|_{y=0} = 0$, $x \in R$ (**Ответ.** $u(x, y) = x - y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{2y}$),

г) $x u_{xx} - u_{yy} + \frac{1}{2} u_x = 0$ $(x > 0)$, $u(x, y)\big|_{y=0} = x$, $u_y\big|_{y=0} = 0$

(**Ответ.** $u(x, y) = x + \frac{1}{4} y^2$),

д) $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0$, $u(x, y)\big|_{y=0} = 0$, $u_y(x, y)\big|_{y=0} = x$, $x \in R$.

(**Ответ.** $u(x, y) = xy + \frac{y^2}{3}$), е) $u_{xx}+2u_{xy}-3u_{yy}=0$, $u(x,\,y)\big|_{y=0}=3x^2$, $u_y(x,\,y)\big|_{y=0}=0$

(**Ответ.** $u(x,\,y)=3x^2+y^2$).

2. Показать, что для уравнения

$$u_{xx}+yu_{yy}+\frac{1}{2}u_y=0 \quad (y<0) \qquad (1)$$

задача Коши с данными

$$u(x,\,y)\big|_{y=0}=\tau(x), \quad u_y(x,\,0)\big|_{y=0}=\nu(x), \quad x\in R$$

поставлена некорректно. Доказать, что для уравнения (1) следующие краевые задачи поставлены корректно :

а) $u(x,\,0)=\tau(x)$, $x\in R$, $\lim\limits_{y\to 0-0} u_y(x,\,y)$ конечен для каждого $x\in R$,

б) $u(x,\,0)=\tau(x)$, $x\in R$, $\lim\limits_{y\to 0-0}(-y)^{\frac{1}{2}}u_y(x,\,y)=\nu(x)$, $x\in R$,

где τ и ν – заданные достаточно гладкие функции.

3. Для уравнения (1) в области D, ограниченной отрезком AB оси $y=0$ и характеристиками AC ($x-2\sqrt{-y}=0$) и CB ($x+2\sqrt{-y}=1$) данного уравнения (см. рис. 1) построить решение задач Дарбу и Гурса :

а) $u(x,\,y)\big|_{y=0}=\tau(x)$, $0\le x\le 1$,

$$u(x,\,y)\big|_{AC}=u(x,\,y)\Big|_{2\sqrt{-y}=x}=\psi(x),\ 0\le x\le\frac{1}{2},\ \tau(0)=\psi(0);$$

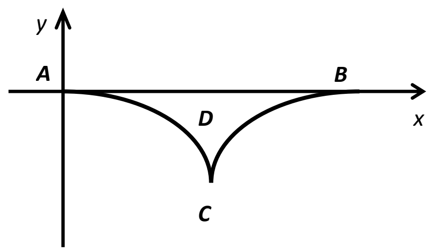

Рис. 1

б) $\lim\limits_{y\to 0-0}(-y)^{\frac{1}{2}}u_y(x,\,y)=\nu(x)$, $0<x<1$, $u(x,\,y)\big|_{AC}=\psi(x)$, $0\le x\le\frac{1}{2}$;

в) $u(x,\,y)\big|_{AC}=u(x,\,y)\Big|_{2\sqrt{-y}=x}=\psi_1(x)$, $0\le x\le\frac{1}{2}$,

$$u(x,\,y)\big|_{CB}=u(x,\,y)\Big|_{2\sqrt{-y}=1-x}=\psi_2(x),\ \frac{1}{2}\le x\le 1,\ \psi_1\left(\frac{1}{2}\right)=\psi_2\left(\frac{1}{2}\right),$$

где во всех этих задачах $\tau(x)$, $\nu(x)$, $\psi(x)$, $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ – заданные достаточно гладкие функции.

4. Показать, что задача Коши для уравнения

$$y^2 u_{xx} + y u_{xx} - \frac{1}{2} u_y = 0 \quad (\, y < 0\,) \tag{2}$$

в классической постановке $u(x, 0) = \tau(x)$, $u_y(x, 0) = \nu(x)$, $x \in R$ некорректна.

5. Доказать, что для уравнения (2) весовая задача Коши с данными $u(x, 0) = \tau(x)$, $\lim\limits_{y \to 0-0} (-y)^{-\frac{1}{2}} u_y(x, y) = \nu(x)$, где τ и ν – заданные достаточно гладкие функции, поставлена корректно.

Перечень вопросов к коллоквиуму № 1

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Умения»

1. Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные понятия и определения.

2. Линейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

3. Квазилинейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

4. Вывод уравнения колебания струны. Постановка основных начально-граничных задач.

5. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка основных начально-граничных задач.

6. Задачи, приводящие к уравнению Пуассона и Лапласа. Постановка основных граничных задач.

7. Понятие о корректно поставленной задаче для дифференциальных уравнений. Примеры некорректных краевых задач.

8. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской.

9. Типы линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

10. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: а) дифференциальное уравнение характеристик, понятие характеристики.

11. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: б) случай $B^2 - AC > 0$.

12. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: в) случай $B^2 - AC = 0$.

13. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: г) случай $B^2 – AC < 0$.

Перечень вопросов к коллоквиуму № 2

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Умения»

1. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

2. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.

3. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

4. Единственность решения первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны.

5. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

6. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.

7. Физическая интерпретация решения первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

8. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

9. Задача Коши для уравнения струны. Вывод формулы Даламбера.

10. Физическая интерпретация решения задачи Коши для уравнения струны.

11. Задача Гурса для уравнения струны.

12. Первая задача Дарбу для уравнения струны.

13. Вторая задача Дарбу для уравнения струны.

Перечень вопросов к коллоквиуму № 3

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Умения»

Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные понятия и определения.

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

2. Квазилинейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

3. Понятие сопряженного дифференциального оператора. Формула Грина.

4. Понятие функции Римана. Существование и единственность функции Римана.

5. Метод Римана для построения решения задачи Коши.

6. Общие сведения об эллиптических уравнениях.

7. Гармонические функции. Примеры. Теорема Кельвина.

8. Внутренний принцип экстремума гармонических функций. Следствия. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле.

9. Свойства гармонических функций.

Перечень вопросов для коллоквиума № 4

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Умения»

1. Граничный принцип экстремума для гармонических функций.

2. Единственность решения задач Неймана и Пуанкаре для уравнения Лапласа.

3. Внешние граничные задачи для уравнения Лапласа.

4. Формула Грина для оператора Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства. Построение функции Грина для шара.

5. Решение задачи Дирихле в произвольной области методом Грина.

6. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и полукруге.

7. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре и полушаре.

8. Функция Грина задачи Неймана. Построение решения задачи Неймана для уравнения Лапласа методом Грина.

9. Граничные задачи для уравнения Гельмгольца.

10. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе.

12. Существование решения задачи Трикоми.

13. Эйлеровы гамма и бета функции.

14. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

15. Модифицированные функции Бесселя.

16. Гипергеометрическое уравнение. Функции Гаусса.

Перечень вариантов аудиторной контрольной работы № 1

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

Вариант 1

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x - yU_y = U^2(x-3y)$;

2) Решите задачу Коши:

1. $U \cdot U_x + xyU_y = 2x \cdot U, \qquad x+y=2, \;\; yU=1$;
2. $xU_x + yU_y = xU, \qquad x=y, \;\; U=y^2e^y$.

Вариант 2

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x + yU_y + xy = U$

2) Решите задачу Коши:

1. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x=a, \;\; y^2+U^2=a^2$;
2. $2U_x - U_y = yU, \qquad x=0, \;\; U=1$.

Вариант 3

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x - yU_y + xy = U^2$

2) Решите задачу Коши:

1. $y^2U_x + yU_y + U^2 = 0, \qquad x-y=0, \;\; x-yU=1$;
2. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x=\dfrac{y^2}{4}, \;\; U=y+1$.

Вариант 4

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x + yU_y = U - x^2 - y^2$

2) Решите задачу Коши:

1. $xU_x = 2yU_y + x^2, \qquad x=2, \;\; U=y^2+1$
2. $-\dfrac{U_x}{x} + \dfrac{U_y}{y} = x^2 + y^2, \qquad x=y, \;\; U=3y^4$

Вариант 5

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $y^2U_x + xyU_y + x = 0$

2) Решите задачу Коши:

1. $xU_x = 2yU_y + y^2, \qquad x=1, \;\; U=y^2$
2. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x=\dfrac{y^2}{4}, \;\; U=y+1$

Вариант 6

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x - yU_y = U^2(x-3y)$

2) Решите задачу Коши:

1. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x = a, \;\; y^2 + U^2 = a^2$
2. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x = \frac{y^2}{4}, \;\; U = y+1$

Вариант 7

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x - yU_y = U^2(x-3y)$

2) Решите задачу Коши:

1. $U \cdot U_x + xyU_y = 2x \cdot U, \qquad x + y = 2, \;\; yU = 1;$
2. $xU_x + yU_y = xU, \qquad x = y, \;\; U = y^2 e^y.$

Вариант 8

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x + yU_y + xy = U$

2) Решите задачу Коши:

1. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x = a, \;\; y^2 + U^2 = a^2;$
2. $2U_x - U_y = yU, \qquad x = 0, \;\; U = 1.$

Вариант 9

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x - yU_y + xy = U^2$

2) Решите задачу Коши:

1. $y^2U_x + yU_y + U^2 = 0, \qquad x - y = 0, \;\; x - yU = 1;$
2. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x = \frac{y^2}{4}, \;\; U = y+1.$

Вариант 10

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

1. $xU_x + yU_y = U - x^2 - y^2$

2) Решите задачу Коши:

1. $xU_x = 2yU_y + x^2, \qquad x = 2, \;\; U = y^2 + 1$
2. $-\frac{U_x}{x} + \frac{U_y}{y} = x^2 + y^2, \qquad x = y, \;\; U = 3y^4$

Перечень вариантов заданий для аудиторной контрольной работы № 2

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

Вариант 1

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^{x} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = U_{xx} \\ U = \frac{1}{2} e^{-14x}, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 2

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16 U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = \sqrt{x}, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = 4 U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 3

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^{x} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = 4 U_{xx} \\ U = \sin x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 4

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16 U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = \sqrt{x}, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = 4 U_{xx} + \sin 2t \\ U = e^{-x^{2}}, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 5

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^{x} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = U_{xx} \\ U = \frac{1}{2} e^{-14x}, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 6

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16 U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_{t} = \sqrt{x}, \quad t = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} U_{t} = 4 U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 7

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^x \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_t = x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} \\ U = \sin x + \cos x, \quad t = 0 \end{cases}$

Вариант 8

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16U_{xx} \\ U = \sin x, \quad t = 0 \\ U_t = \sqrt{x}, \quad t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} + \sin 2t \\ U = e^{-x^2}, \quad t = 0 \end{cases}$

Перечень вариантов для аудиторной контрольной работы № 3

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

Вариант 1

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x - yU_y = U^2(x-3y)$;

2) Решите задачу Коши:

3. $U \cdot U_x + xyU_y = 2x \cdot U, \qquad x + y = 2, \quad yU = 1$;
4. $xU_x + yU_y = xU, \qquad x = y, \quad U = y^2 e^y$.

Вариант 2

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x + yU_y + xy = U$

2) Решите задачу Коши:

3. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x = a, \quad y^2 + U^2 = a^2$;
4. $2U_x - U_y = yU, \qquad x = 0, \quad U = 1$.

Вариант 3

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x - yU_y + xy = U^2$

2) Решите задачу Коши:

3. $y^2U_x + yU_y + U^2 = 0, \qquad x - y = 0, \quad x - yU = 1$;
4. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x = \dfrac{y^2}{4}, \quad U = y + 1$.

Вариант 4

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x + yU_y = U - x^2 - y^2$

2) Решите задачу Коши:

3. $xU_x = 2yU_y + x^2, \qquad x = 2,\ U = y^2 + 1$

4. $-\frac{U_x}{x} + \frac{U_y}{y} = x^2 + y^2, \qquad x = y,\ U = 3y^4$

Вариант 5

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $y^2U_x + xyU_y + x = 0$

2) Решите задачу Коши:

3. $xU_x = 2yU_y + y^2, \qquad x = 1,\ U = y^2$

4. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x = \frac{y^2}{4},\ U = y + 1$

Вариант 6

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x - yU_y = U^2(x - 3y)$

2) Решите задачу Коши:

3. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x = a,\ y^2 + U^2 = a^2$

4. $U \cdot U_x + U_y = 1, \qquad x = \frac{y^2}{4},\ U = y + 1$

Вариант 7

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x - yU_y = U^2(x - 3y)$

2) Решите задачу Коши:

3. $U \cdot U_x + xyU_y = 2x \cdot U, \qquad x + y = 2,\ \ yU = 1;$

4. $xU_x + yU_y = xU, \qquad x = y,\ U = y^2e^y.$

Вариант 8

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x + yU_y + xy = U$

2) Решите задачу Коши:

3. $yU_x + xU_y = xy, \qquad x = a,\ y^2 + U^2 = a^2;$

4. $2U_x - U_y = yU, \qquad x = 0,\ U = 1.$

Вариант 9

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x - yU_y + xy = U^2$

2) Решите задачу Коши:

3. $y^2U_x + yU_y + U^2 = 0, \quad x - y = 0, \;\; x - yU = 1;$

4. $U \cdot U_x + U_y = 1, \quad x = \dfrac{y^2}{4}, \;\; U = y + 1.$

Вариант 10

1) Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:

2. $xU_x + yU_y = U - x^2 - y^2$

2) Решите задачу Коши:

3. $xU_x = 2yU_y + x^2, \quad x = 2, \;\; U = y^2 + 1$

4. $-\dfrac{U_x}{x} + \dfrac{U_y}{y} = x^2 + y^2, \quad x = y, \;\; U = 3y^4$

Перечень вариантов заданий для аудиторной контрольной работы № 4

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

Вариант 1

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^x \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = U_{xx} \\ U = \dfrac{1}{2}e^{-14x}, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 2

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = \sqrt{x}, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 3

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^x \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} \\ U = \sin x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 4

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = \sqrt{x}, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} + \sin 2t \\ U = e^{-x^2}, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 5

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^x \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = U_{xx} \\ U = \dfrac{1}{2} e^{-14x}, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 6

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = \sqrt{x}, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 7

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} + e^x \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} \\ U = \sin x + \cos x, \;\; t = 0 \end{cases}$

Вариант 8

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка:

1) $\begin{cases} U_{tt} = 16U_{xx} \\ U = \sin x, \;\; t = 0 \\ U_t = \sqrt{x}, \;\; t = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} U_t = 4U_{xx} + \sin 2t \\ U = e^{-x^2}, \;\; t = 0 \end{cases}$

Перечень вопросов для теста № 1

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

1) **Определение порядка дифференциального уравнения**

1. Какого порядка уравнение $u_{x_1x_1} + u_{x_2x_2} + \ldots + u_{x_nx_n} + x_1u_{x_1} + \sin x = 0$?

А) первого порядка **Б) второго порядка**

В) n-ого порядка Г) нулевого порядка

2. Какого порядка уравнение $u_x^2 + u_{xy} + u_{xxx}$?

А) первого порядка | Б) второго порядка

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

3. Какого порядка уравнение $u_{x_1} u_{x_2} + u_{x_3}^2 = \cos(x_1 x_2)$?

А) первого порядка | Б) второго порядка

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

4. Какого порядка уравнение $u_x u_{yz} + u_{xy} u_z = 0$?

А) первого порядка | **Б) второго порядка**

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

5. Какого порядка уравнение $u_{x_1}^3 + u_{x_2}^3 = 3x^2$?

А) первого порядка | Б) второго порядка

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

6. Какого порядка уравнение $u_x - u_t - u_z = 0$?

А) первого порядка | Б) второго порядка

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

7. Какого порядка уравнение $\sum_{i=1}^{\infty} u_{x_i x_i} = 0$?

А) первого порядка | **Б) второго порядка**

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

8. Какого порядка уравнение $u_x u_{xy}^2 + 2xu u_{yy} - 3xy u_y - u = 0$?

А) первого порядка | **Б) второго порядка**

В) третьего порядка | Г) n-ого порядка

2) **Определение типа дифференциального уравнения в частных производных**

9. Если дифференциальное уравнение в частных производных линейно относительно искомой функции и ее производных, то оно называется

А) квазилинейным | **Б) линейным**

В) нелинейным | Г) разрешимым

10. Уравнение $3u_{xy} - 6u_{xx} + 7u_y - u_x - 8x = 0$ является

А) квазилинейным | **Б) линейным**

В) нелинейным | Г) не квазилинейным и нелинейным

11. Уравнение $u_{xy} u_{xx} - 3u_{yy} - 6xu_y + xyu = 0$ является

А) квазилинейным | Б) линейным

В) нелинейным | Г) не квазилинейным и нелинейным

12. Уравнение $x^2 y u_{xxy} + 2e^x y^2 u_{xy} - (x^2 y^2 + 1) u_{xx} - 2u = 0$ является

А) квазилинейным **Б) линейным**

В) нелинейным Г) не квазилинейным и нелинейным

13. Уравнение $2x u_{xy} - 6\frac{\partial}{\partial x}(u^2 - xy) + u_{yy} = 0$ является

А) квазилинейным Б) линейным

В) нелинейным Г) не квазилинейным и нелинейным

14. Уравнение $u_x u_{yy}^2 + 2xu u_{yy} - 3xy u_y - u = 0$ является

А) квазилинейным Б) линейным

В) нелинейным Г) не квазилинейным и нелинейным

15. Уравнение $u_y u_{xx} - 3x^2 u u_{xy} + 2u_x - f(x,y)u = 0$ является

А) квазилинейным Б) линейным

В) нелинейным Г) не квазилинейным и нелинейным

16. Уравнение $u_{xy} + u_y + u^2 - xy = 0$ является

А) квазилинейным Б) линейным

В) нелинейным Г) не квазилинейным и нелинейным

3) Основные уравнения и задачи математической физики

17. Какое из уравнений является трехмерным волновым уравнением?

А) $u_t = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ Б) $u_{tt} + u_{xx} = 0$

В) $u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + f(x,y,z)$ Г) $u_{ttt} = a_{xxx}^2 + f(x,t)$

18. Какое из уравнений является уравнением Лапласа?

А) $u_{tt} = u_{xx} + f(x,t)$ **Б)** $u_{tt} + u_{xx} = 0$

В) $u_{tt} = u_{xx}$ Г) $u_{xt} + u_x = 0$

19. Какого рода записаны граничные условия $u_x(0,t) = \nu_1(t), \quad u_x(l,t) = \nu_2(t), \quad 0 \le t \le T$

А) первого рода **Б) второго рода**

В) третьего рода Г) не является граничным

20. Данные условия

$$u(x,0) = \varphi_0(x), \quad u_t(x,0) = \varphi_1(x), \quad 0 \le x \le 1$$

называются

А) граничными условиями первого рода

Б) граничными условиями второго рода

В) граничными условиями третьего рода

Г) начальными условиями

21. В задаче Неймана для уравнения Пуассона требуется найти решение этой задачи, удовлетворяющее условию

А) $\left.\frac{\partial u}{\partial N}\right|_S = \psi(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

Б) $\left.\left(\frac{\partial u}{\partial N} + \alpha(x, y, z)u\right)\right|_S = \beta(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

В) $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$

Г) $u(x, y, z)|_S = \psi_1(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

22. В задаче Пуанкаре присутствует условие

А) $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0$

Б) $\left.\frac{\partial u}{\partial N}\right|_S = \psi(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

В) $\left.\left(\frac{\partial u}{\partial N} + \alpha(x, y, z)u\right)\right|_S = \beta(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

Г) $u(x, y, z)|_S = \psi(x, y, z),\ (x, y, z) \in S$

23. Если функции, задаваемые в правой части граничных условий равны нулю, то граничные условия называются

А) граничными условиями первого рода

Б) неоднородными граничными условиями

В) граничными условиями второго рода

Г) однородными граничными условиями

24. Какого рода записаны граничные условия

$$u(0, t) = h_1(t),\quad u(l, t) = h_2(t),\quad 0 \le t \le T$$

А) первого рода Б) второго рода

В) третьего рода Г) не является граничными условиями.

Перечень вопросов для теста №2

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

а) Типы линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка

1. Если в каноническом виде квадратичной формы все $\alpha_i \equiv 1$ или $\alpha_i \equiv -1,\ i = \overline{1,n}$, то линейное д.у. в ч.п. второго порядка от n независимых переменных является

А) уравнением эллиптического типа

Б) уравнением смешанного типа

В) уравнением гиперболического типа

Г) уравнением параболического типа

2. Формула для вычисления дискриминанта D

А) $D = B^2 - 4AC$ Б) $D = B - AC$

В) $D = B^2 - AC$ Г) $D = B - 4AC$.

3. Квадратичная форма для уравнения

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yy} + 6u_{zz} + xy\,u_z = 0$$

имеет вид

А) $\lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_1\lambda_3$ Б) $\lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3 + 2\lambda_2^2 + 6\lambda_3^2$

В) $\lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_2^2 + 6\lambda_3^2 + \lambda_3$ **Г)** $\lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_1\lambda_3 + 2\lambda_2^2 + 6\lambda_3^2$

4. Квадратичная форма для уравнения

$$4u_{xx} - 4u_{xy} - 2u_{yz} - \cos x u_y - e^z u_z = 0$$

имеет вид

А) $4\lambda_1^2 - 4\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_2\lambda_3$ Б) $4\lambda_1^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_2\lambda_3$

В) $4\lambda_1^2 - 4\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_2\lambda_3$ Г) $4\lambda_1^2 - 4\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_2\lambda_3 - \cos x\,\lambda_2 - e^z\lambda_3$

5. Квадратичная форма для уравнения

$$5u_{xx} + u_{yy} + 5u_{zz} + 4u_{xy} - 8u_{xz} - 4u_{yz} - u + yz^2\sin x = 0$$

имеет вид

А) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 5\lambda_1^2 + 5\lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 8\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2\lambda_3 - \lambda_2$

Б) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 5\lambda_1^2 + 5\lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 8\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2\lambda_3$

В) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 5\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 8\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2\lambda_3$

Г) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 5\lambda_1^2 - \lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 8\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2\lambda_3$

6. Квадратичная форма для уравнения

$$3u_{xx} + 4u_{yy} + 5u_{zz} + 4u_{xy} - 4u_{yz} + 2u_x - u_y + xye^z = 0$$

имеет вид

А) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 3\lambda_1^2 + 4\lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 4\lambda_2\lambda_3$

Б) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 3\lambda_1^2 - 4\lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 4\lambda_2\lambda_3$

В) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 3\lambda_1^2 + 4\lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2\lambda_3$

Г) $Q(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 3\lambda_1^2 - \lambda_2^2 + 5\lambda_3^2 + 4\lambda_1\lambda_2 - 4\lambda_2\lambda_3$

7. Если в каноническом виде квадратичной формы один из коэффициентов α_i отрицателен, а все остальные положительны, то линейное д.у. в ч.п. 2 порядка от n независимых переменных являются:

А) Уравнением эллиптического типа

Б) Уравнением смешанного типа

В) Уравнением гиперболического типа

Г) Уравнением параболического типа

8. Если в каноническом виде квадратичной формы один из коэффициентов α_i равен нулю, то линейное д.у. в ч.п. 2 порядка от n независимых переменных является:

А) Уравнением эллиптического типа

Б) Уравнением смешанного типа

В) Уравнением гиперболического типа

Г) Уравнением параболического типа

9. Канонический вид квадратичной формы для уравнения

$$U_{xx} + 2U_{xy} - 2U_{xz} + 2U_{yy} + 2U_{zz} = 0$$

имеет вид:

А) $\xi_1^2 - \xi_2^2 - \xi_3^2$ **Б)** $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$

В) $\xi_1^2 + \xi_2 + \xi_3$ Г) $\xi_1^2 + \xi_2^2 + 0 \cdot \xi_3^2$

10. Если канонический вид квадратичной формы уравнения имеет вид:

$$Q = \xi_1^2 - \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2,$$

то уравнение является:

А) Эллиптическим **Б) Гиперболическим**

В) Параболическим Г) Смешанным

11. Канонический вид квадратичной формы для уравнения

$$U_{xx}+4U_{xy}+U_{yy}+U_x+U_y+2U-x^2y=0$$

имеет вид:

А) $\xi_1^2+\xi_2^2$ Б) $\xi_1^2-\xi_2^2$

В) $\xi_1^2+0\cdot\xi_2^2$ Г) $\xi_1^2\cdot 0+\xi_2^2$

12. Определить тип уравнения

$$U_{xx}+2U_{xy}+2U_{yy}-2U_{yz}+3U_z-U=0$$

А) Эллиптический **Б) Гиперболический**

В) Ультрагиперболический Г) Параболический

б) Приведение к каноническому виду д.у. в ч.п. второго порядка

12. Если D=0, то лин. д.у. в ч.п. 2 порядка от двух независимых переменных является:

А) Гиперболическим Б) Эллиптическим

В) Параболическим Г) Смешанного типа

13. Выражение

$$U_{\eta\eta}=F(\xi,\eta,U,U_\xi,U_\eta)$$

является каноническим видом уравнения:

А) Гиперболического типа **Б) Параболического типа**

В) Смешанного типа Г) Эллиптического типа

14. Выражение

$$U_{\xi\eta}=F(\xi,\eta,U,U_\xi,U_\eta)$$

является каноническим видом уравнения:

А) Гиперболического типа Б) Эллиптического типа

В) Смешанного типа Г) Параболического типа

15. Какой канонический вид имеет уравнение

$$4U_{xx}+4U_{xy}+U_{yy}-2U_y=0$$

А) $U_{\varsigma\eta}-U_\eta=0$ **Б)** $U_{\eta\eta}+U_\xi=0$

В) $U_{\eta\eta}-U_\xi=0$ Г) $U_{\xi\xi}-U_\eta=0$

16. Какой канонический вид имеет уравнение

$$U_{xx}-6U_{xy}+10U_{yy}+U_x-3U_y=0$$

А) $U_{\eta\eta}-6U_\xi=0$ Б) $U_{\xi\eta}+U_\xi+U_\eta=0$

В) $U_{\xi\xi} - 6U_{\xi}U_{\eta} = 0$ **Г)** $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} + U_{\xi} = 0$

17. Выражение

$$U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} = F(\xi, \eta, U, U_{\xi}, U_{\eta})$$

является каноническим видом уравнения:

А) Эллиптического типа Б) Гиперболического типа

В) Смешанного типа Г) Параболического типа

18. Какой канонический вид имеет уравнение

$$U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y + 27x = 0$$

А) $U_{\eta\eta} + U_{\xi} - 2U + \xi = 0$ Б) $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} + U_{\xi} - 2U_{\eta} + \xi + \eta = 0$

В) $U_{\xi\eta} + U_{\xi} - 2U_{\eta} + \xi + \eta = 0$ Г) $U_{\xi\xi} + U_{\xi} - 2U_{\eta} = 0$

19. Какой канонический вид имеет уравнение

$$U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} + 9U_x + 9U_y - 9U = 0$$

А) $U_{\xi\eta} + 18U_{\xi} + U_{\eta} - 9U = 0$ Б) $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} + 18U_{\xi} + 9U_{\eta} = 0$

В) $U_{\eta\eta} + 18U_{\xi} + 9U_{\eta} = 0$ **Г)** $U_{\eta\eta} + 18U_{\xi} + 9U_{\eta} - 9U = 0$

20. Какой канонический вид имеет уравнение

$$U_{xx} - 2SinxU_{xy} - Cos^2xU_{yy} - CosxU_y = 0$$

А) $U_{\eta\eta} = 0$ Б) $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} = 0$

В) $U_{\xi\eta} = 0$ Г) $U_{\eta} = 0$

21. Какой канонический вид имеет уравнение

$$U_{xx} + 2U_{xy} + 5U_{yy} - 32U = 0$$

А) $U_{\xi\eta} + U_{\eta} - 8U = 0$ **Б)** $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} - 8U = 0$

В) $U_{\xi\xi} + U_{\eta\eta} - 32U = 0$ Г) $U_{\eta\eta} + U_{\xi} - 32U = 0$

в) Понятие характеристики д.у. в ч.п. 2 порядка

22. Характеристиками линейного диф. урав-я в частных производных 2 порядка от двух независимых переменных называются решения обыкновенного дифференциального уравнения вида:

А) $Ady - 2Bdxdy + dx = 0$ Б) $A(dy)^2 + 2Bdxdy + C(dx)^2 = 0$

В) $A(dy)^2 - 2Bdxdy + C(dx)^2 = 0$ Г) $A(dy)^2 - 2Bdxdy + Cdx = 0$

23. Два различных семейства вещественных характеристик имеют:

А) Уравнения параболического типа

Б) Уравнения гиперболического типа

В) Уравнения эллиптического типа

Г) Уравнения смешанного типа

24. Одно семейство вещественных характеристик имеют уравнения:

А) Параболического типа

Б) Гиперболического типа

В) Эллиптического типа

Г) Смешанного типа

25. $\xi = 2x - y,\ \ \eta = x + y$ - характеристики какого д.у. в ч.п.

А) $yU_{xx} + U_{yy} = 0$

Б) $U_x - U_y = 0$

В) $U_{xx} + 4U_{xy} + 10U_{yy} - 24U_x + 42U_y + 2(x + y) = 0$

Г) $U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y + 27x = 0$

26. $\xi = x + arctgy,\ \ \eta = x - arctgy$ - характеристики какого д.у. в ч.п.

А) $U_{xx} + 2U_{xy} + 5U_{yy} - 32U = 0$

Б) $U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y = 0$

В) $U_{xx} - (1 + y^2)^2 U_{yy} - 2y(1 + y^2)U_y = 0$

Г) $5U_{xx} + 16U_{xy} + 16U_{yy} + 2U_x + 32U_y + 64U = 0$

27. $\xi = y,\ \ \eta = arctgx$ - характеристики какого д.у. в ч.п.

А) $U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y = 0$

Б) $(1 + x^2)^2 U_{xx} + U_{yy} + 2x(1 + x)u_x = 0$

В) $U_{xy} - U_{xz} - U_x + U_y + U_z + U = 0$

Г) $U_{xx} - U_{yy} = 0$

28. В теореме Коши-Ковалевской какое ограничение накладывается на кривую, где заданы данные Коши, для существования единственного решения задачи Коши

А) Кривая должна быть задана параметрически.

Б) Кривая должна быть спрямляемой

В) Кривая должна быть характеристикой

Г) Кривая не должна быть характеристикой

29. $\xi = x + y - Cosx,\ \ \eta = -x + y - Cosx$ - характеристики какого д.у. в ч.п.

А) $U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y = 0$

Б) $U_{xx} - 2SinxU_{xy} - Cos^2 xU_{yy} - CosxU_y = 0$

В) $U_{xy} - U_{xz} - U_x + U_y + U_z = 0$

Г) $U_{xx} - U_{yy} = 0$.

Перечень вопросов для теста № 3

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

<u>Метод Римана</u>

1. Функция Римана для телеграфного уравнения определяется через

А) Гамма-функцию

Б) Функцию Бесселя

В) Модифицированную функцию Бесселя

Г) Гипергеометрическую функцию

2. Функция Римана $R(\xi,\eta,\xi_0,\eta_0)$ для оператора L переходит в функцию Римана сопряжённого с ним оператора L*, если

А) Заменить $\xi = \xi_0,\ \ \eta = \eta_0$

Б) Принимают значения $\xi_0 = 0,\ \ \eta_0 = 0$

В) Принимают значения $\xi = 0,\ \ \eta = 0$

Г) Поменять пары точек (ξ,η) и (ξ_0,η_0) местами

3. Ели оператор L является самосопряжённым L=L*, то справедливо равенство:

А) $R(\xi,\eta;\xi_0,\eta_0) = R(\xi_0,\eta_0;\xi,\eta)$

Б) $R(\xi,\eta;\xi_0,\eta_0) = R(\eta_0,\eta_0;\xi,\eta)$

В) $R(\xi_0,\eta_0;\xi_0,\eta_0) = 1$

Г) $R(\xi_0,\eta_0;\xi_0,\eta_0) = 0$

4. Используя метод Римана, решение задачи Коши для линейного гиперболического уравнения второго порядка …

А) Единственное

Б) Получается в явном виде

В) Непрерывное

Г) Есть решение системы интегральных уравнений

Гармонические функции

5. Функция называется гармонической в области, если

А) Она постоянна в этой области

Б) Она имеет непрер. частные производные до второго порядка включительно и удовлетворяет во всех точках области уравнению Лапласа

В) Она бесконечно дифференцируема в этой области

Г) Она имеет непрерывные частные производные до второго порядка

6. Если гармоническая на всей плоскости функция ограничена и сверху и снизу, то она

А) Непрерывная **Б) Постоянная**

В) Аналитическая Г) Равна нулю

7. Примером гармонической функции в R^n является

А) Показательная

Б) Тригонометрическая функция

В) Квадратичная функция

Г) Линейная функция

8. Для какой функции применим внутренний принцип экстремума

А) Непрерывной в замкнутой области, отличной от постоянной

Б) Непрерывной в замкнутой области, гармонической в области

В) Непрерывной в замкнутой области, гармонической, отличной от постоянной

Г) Гармонической в области

9. Какая функция используется при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа

А) функция Пуассона Б) функция Даламбера

В) функция Грина Г) функция Римана

Перечень вопросов для теста №4

для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 на этапе «Владения»

Специальные функции

1) Гамма функция

1. Область определения гамма функции

А) $[0;+\infty)$ Б) [-1;1] **В)** $(0;+\infty)$ Г) $(-\infty;+\infty)$

2. Г(a+1) равно

А) $a\Gamma(a)$ Б) $\Gamma(a)$ В) $a^2\Gamma(a)$ Г) $\frac{\Gamma(a)}{a}$

3. Г(1) равно

А) 1 Б) 0 В) $\frac{1}{2}$ Г) π

4. Г(1/2) равно

А) 1 Б) $\frac{\pi}{2}$ **В)** $\sqrt{\pi}$ Г) 0

5. Гамма функцией называется интеграл

А) $\int_0^{+\infty} x^{a-1}e^{-x}dx = \Gamma(a)$ Б) $\int_0^{a} x^{a-1}e^{-x}dx = \Gamma(a)$

В) $\int_0^{+\infty} x^{a}e^{x}dx = \Gamma(a)$ Г) $\int_0^{1} x^{a-1}e^{-x}dx = \Gamma(a)$

6. По формуле Стирлинга Г(n+1) равно

А) $n!$ Б) n В) $\sqrt{n}$ Г) n^2

2) Беа-функция

7. Область определения бета-функции B(a, b) от двух переменных a и b является

А) Множество пар (a, b), где a>0 и b>0

Б) Множество пар (a, b), где a>0 и b<0

В) Множество пар (a, b), где a<0 и b<0

Г) Множество пар (a, b), где a<0 и b>0

8. Бета-функция симметрична относительно своих аргументов, т.е. B(a,b) =…

А) -B(a, b) Б) B(b, b) В) -B(b, a) **Г) B(b, a)**

9. Бета-функцией называется интеграл вида

А) $B(a,b) = \int_0^{+\infty} x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$ **Б)** $B(a,b) = \int_0^{1} x^{a-1}(1-x)^{b-1}dx$

В) $B(a,b)=\int_0^{+\infty} x^a \cdot x^{b-1}dx$ Г) $B(a,b)=\int_0^{+\infty} x^{a-1}(1-x)dx$

10. Бета-функция B(a, b) в области определения имеет непрерывные частные производные

А) Любого порядка Б) Второго порядка

В) Первого порядка Г) Четвёртого порядка

Перечень вопросов для зачета (7 семестр)

1. Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные понятия и определения.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
3. Квазилинейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
4. Вывод уравнения колебания струны. Постановка основных начально-граничных задач.
5. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка основных начально-граничных задач.
6. Задачи, приводящие к уравнению Пуассона и Лапласа. Постановка основных граничных задач.
7. Понятие о корректно поставленной задаче для дифференциальных уравнений. Примеры некорректных краевых задач.
8. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской.
9. Типы линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
10. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: а) дифференциальное уравнение характеристик, понятие характеристики,
11. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: б) случай $B^2 - AC > 0$,
12. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: в) случай $B^2 - AC = 0$,
13. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: г) случай $B^2 - AC < 0$.
14. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.
15. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.
16. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.
17. Единственность решения первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны.
18. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

19. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.

20. Физическая интерпретация решения первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

21. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

22. Задача Коши для уравнения струны. Вывод формулы Даламбера.

23. Физическая интерпретация решения задачи Коши для уравнения струны.

24. Задача Гурса для уравнения струны.

25. Первая задача Дарбу для уравнения струны.

26. Вторая задача Дарбу для уравнения струны.

Перечень вопросов для экзамена (8 семестр)

1. Дифференциальные уравнения с частными производными. Основные понятия и определения.

2. Линейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

3. Квазилинейные однородные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

4. Вывод уравнения колебания струны. Постановка основных начально-граничных задач.

5. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка основных начально-граничных задач.

6. Задачи, приводящие к уравнению Пуассона и Лапласа. Постановка основных граничных задач.

7. Понятие о корректно поставленной задаче для дифференциальных уравнений. Примеры некорректных краевых задач.

8. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской.

9. Типы линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

10. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: а) дифференциальное уравнение характеристик, понятие характеристики.

11. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: б) случай $B^2 - AC > 0$,

12. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: в) случай $B^2 - AC = 0$,

13. Приведение к каноническому виду дифференциального уравнения второго порядка от двух независимых переменных: г) случай $B^2 - AC < 0$.

14. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

15. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.

16. Постановка первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.

17. Единственность решения первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны.
18. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.
19. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны в прямоугольной области.
20. Физическая интерпретация решения первой начально-граничной задачи для уравнения свободных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.
21. Существование первой начально-граничной задачи для уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной на концах в прямоугольной области.
22. Задача Коши для уравнения струны. Вывод формулы Даламбера.
23. Физическая интерпретация решения задачи Коши для уравнения струны.
24. Задача Гурса для уравнения струны.
25. Первая задача Дарбу для уравнения струны.
26. Вторая задача Дарбу для уравнения струны.
27. Понятие сопряженного дифференциального оператора. Формула Грина.
28. Понятие функции Римана. Существование и единственность функции Римана.

29. Метод Римана для построения решения задачи Коши.

30. Общие сведения об эллиптических уравнениях.

31. Гармонические функции. Примеры. Теорема Кельвина.

32. Внутренний принцип экстремума гармонических функций. Следствия. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле.

33. Свойства гармонических функций.

34. Граничный принцип экстремума для гармонических функций.

35. Единственность решения задач Неймана и Пуанкаре для уравнения Лапласа.

36. Внешние граничные задачи для уравнения Лапласа.

37. Формула Грина для оператора Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства. Построение функции Грина для шара.

38. Решение задачи Дирихле в произвольной области методом Грина.

39. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и полукруге.

40. Построение решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре и полушаре.

41. Функция Грина задачи Неймана. Построение решения задачи Неймана для уравнения Лапласа методом Грина.

42. Граничные задачи для уравнения Гельмгольца.

43. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе.

44. Существование решения задачи Трикоми.

45. Эйлеровы гамма и бета функции.

46. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

47. Модифицированные функции Бесселя.

48. Гипергеометрическое уравнение. Функции Гаусса.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Рейтинг-план дисциплины

7 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1				
Текущий контроль			**0**	**20**
Проверочная работа №1	2	5	0	10

Коллоквиум №1	5	2	0	10
Рубежный контроль			**0**	**25**
Аудиторная контрольная работа № 1	2	5	0	10
Тест № 1	5	1		15
<u>Модуль 2</u>				
Текущий контроль			**0**	**20**
Проверочная работа № 2	2	5	0	10
Коллоквиум №2	5	2	0	10
Рубежный контроль			**0**	**25**
Аудиторная контрольная работа №2	10	1	0	10
Тест № 2	5	1	0	15
		Итого:	**0**	**100**
Поощрительные баллы			**0**	**10**
Публикация статьи	1	10	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10

8 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<u>Модуль 1</u>				
Текущий контроль			**0**	**20**
Проверочная	2	5	0	10

работа №3				
Коллоквиум №3	10	1	0	10
Рубежный контроль			**0**	**15**
Аудиторная контрольная работа № 3	5	2	0	10
Тест № 3	5	1		5
<u>Модуль 2</u>				
Текущий контроль			**0**	**20**
Проверочная работа № 4	2	5	0	10
Коллоквиум №4	10	1	0	10
Рубежный контроль			**0**	**15**
Аудиторная контрольная работа №4	10	1	0	10
Тест № 4	5	1	0	5
		Итого:	**0**	**70**
Экзамен				**30**
Поощрительные баллы			**0**	**10**
-			0	-
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10

Критерий оценивания ответа на экзамене:

Критерии оценки (в баллах):

- **<u>25-30</u> баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0-10 баллов** выставляется студенту, если он отказался от ответа или не смог ответить на вопросы билета, ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,

где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На экзамене выставляется оценка:

• отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

• хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,

• удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,

• неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

На зачете выставляется оценка:

• зачтено - при накоплении от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных

баллов),
• не зачтено - при накоплении от 0 до 59 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.