

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 28.06.2022 10:42:53  
Уникальный программный ключ:  
b683afe664d7e9f64175886cf9626a196149ad56

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет  
Кафедра

*Естественнонаучный*  
*Общей и теоретической физики*

**Оценочные материалы по дисциплине (модулю)**

дисциплина

*Прикладная физика*

**Блок Б1, часть, формируемая участниками образовательных отношений, Б1.В.01.01**  
цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

**03.03.02**  
код

**Физика**  
наименование направления

Программа

**Медицинская физика**

Форма обучения

**Очная**

Для поступивших на обучение в  
**2021 г.**

Разработчик (составитель)  
**к.ф.-м.н., доцент**  
**Зеленова М. А.**  
ученая степень, должность, ФИО

<b>1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) .....</b>	<b>10</b>
<b>3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания .....</b>	<b>27</b>

**1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
			1	2	3	4	
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ПК-1. Осуществление работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	ПК-1.3. Решает профессиональные задачи с применением современной приборной базы и информационных технологий с учетом отечественного и зарубежного опыта	Обучающийся знает основные понятия, определения и инструменты основ математического анализа, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории матриц и определителей, теории систем линейных уравнений; основные понятия и теоремы теории дифференциальн	Не владеет классическими знаниями о математическом анализе и его приложениях; не владеет навыками практического использования математического аппарата математической физики при решении конкретных задач; не владеет навыками проектирования, организации и анализа	С трудом владеет классическими знаниями о математическом анализе и его приложениях; с помощью преподавателя владеет навыками практического использования математического аппарата математической физики при решении конкретных задач; с помощью	В целом владеет классическими знаниями о математическом анализе и его приложениях; вызывают небольшие трудности практическое использование математического аппарата математической физики при решении конкретных задач; в целом владеет навыками проектирования,	Владеет классическими знаниями о математическом анализе и его приложениях; владеет навыками практического использования математического аппарата математической физики при решении конкретных задач; владеет навыками проектирования, анализа	Контрольная работа

		<p>ых уравнений; методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков; основные понятия функции комплексной переменной.</p>	<p>профессиональной деятельности; не владеет методикой математических моделей естественнонаучных задач; не владеет навыками применения математического аппарата интегральных уравнений для решения теоретических и прикладных задач, навыками приобретения новых профессиональных знаний.</p>	<p>преподавателя владеет навыками проектирования, организации и анализа профессиональной деятельности; вызывают трудности методика математических моделей естественнонаучных задач; с помощью преподавателя владеет навыками применения математического аппарата интегральных уравнений для решения теоретических и прикладных задач, навыками приобретения новых профессиональных знаний.</p>	<p>организации и анализа профессиональной деятельности; владеет не в полной мере методикой математических моделей естественнонаучных задач; в целом владеет навыками применения математического аппарата интегральных уравнений для решения теоретических и прикладных задач, навыками приобретения новых профессиональных знаний.</p>	<p>профессиональной деятельности; владеет методикой математических моделей естественнонаучных задач; владеет навыками применения математического аппарата интегральных уравнений для решения теоретических и прикладных задач, навыками приобретения новых профессиональных знаний.</p>	
--	--	--	---	--	--	---	--

	<p>ПК-1.1. Применяет основные принципы обработки и анализа научно-технической информации и результатов исследований в соответствующей области знаний</p>	<p>Обучающийся умеет вычислять пределы, находить производные и дифференциалы функций одной и нескольких переменных, вычислять интегралы; применять различные методы математического анализа при исследовании свойств функций действительной переменной, при вычислении приближенных значений, проведении различного рода оценок; используя определения, проводить исследования, связанные с основными</p>	<p>Не знает основные понятия, определения и инструменты основ математического анализа, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, теории матриц и определителей, теории систем линейных уравнений; не знает основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений; не знает методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков; не</p>	<p>Основные понятия, определения и инструменты основ математического анализа, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, теории матриц и определителей, теории систем линейных уравнений; основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений; методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков; основные</p>	<p>Знает базовые основные понятия, определения и инструменты основ математического анализа, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, теории матриц и определителей, теории систем линейных уравнений; основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений; методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков; основные</p>	<p>Знает в полном объеме основные понятия, определения и инструменты основ математического анализа, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, теории матриц и определителей, теории систем линейных уравнений; основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений; методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков; основные</p>	<p>Устный опрос</p>
--	--	---	---	--	--	--	---------------------

		<p>понятиями;  применять аппарат математического анализа для проектирования в профессиональной деятельности;  выполнять действия над матрицами, вычислять определители, находить ранг матриц, находить обратные матрицы, решать системы линейных уравнений;  уметь решать начальные и краевые задачи для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;  применять</p>	<p>знает основные понятия функции комплексной переменной.</p>	<p>понятия функции комплексной переменной формулирует со значительными затруднениями.</p>	<p>понятия функции комплексной переменной, однако некоторые определения, закономерности и взаимосвязи формулирует с неточностью.</p>	<p>понятия функции комплексной переменной</p>	
--	--	--	---	---	--	---	--

		полученные знания для моделирования физических процессов.					
ПК-1.2. Понимает, умеет излагать и анализировать научно-техническую информацию, и полученные результаты исследований в соответствующей области знаний	Обучающийся владеет классическими знаниями о математическом анализе и его приложениях; навыками практического использования математического аппарата математической физики при решении конкретных задач; навыками проектирования, организации и анализа профессиональной деятельности; методикой математических моделей естественнонауч	Не умеет вычислять пределы, находить производные и дифференциалы функций одной и нескольких переменных, вычислять интегралы; не умеет применять различные методы математического анализа при исследовании свойств функций действительной и комплексной переменной, при вычислении приближенных значений,	Возникают трудности при вычислении пределов, нахождении производных и дифференциалов функций одной и нескольких переменных, вычислении интегралов; возникают трудности при в ходе применении различных методов математического анализа при исследовании свойств функций действительной переменной, при вычислении	Не вызывает значительных трудностей вычисление пределов, нахождение производных и дифференциалов функций одной и нескольких переменных, вычисление интегралов; в целом может применять различные методы математического анализа при исследовании свойств функций действительной переменной, при вычислении приближенных значений,	Уверенно умеет вычислять пределы, находить производные и дифференциалы функций одной и нескольких переменных, вычислять интегралы; Умеет применять различные методы математического анализа при исследовании свойств функций действительной переменной, при вычислении приближенных значений, проведении	Решение задач на практических занятиях	

		<p>ных задач; навыками применения математического аппарата интегральных уравнений для решения теоретических и прикладных задач, навыками приобретения новых профессиональных знаний.</p>	<p>проведении различного рода оценок; не умеет используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями; не умеет применять аппарат математического анализа для проектирования в профессиональной деятельности; не умеет выполнять действия над матрицами, вычислять определители, находить ранг матриц, находить обратные матрицы, решать системы линейных</p>	<p>приближенных значений, проведении различного рода оценок; возникают трудности при исследованиях, связанных с основными понятиями; возникают трудности в ходе применения аппарата математического анализа для проектирования в профессиональной деятельности; возникают трудности при выполнении действий над матрицами, вычислении определителей, нахождении ранга матриц, нахождении обратных</p>	<p>проведении различного рода оценок; в целом может используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями; в целом может применять аппарат математического анализа для проектирования в профессиональной деятельности; в целом может выполнять действия над матрицами, вычислять определители, находить ранг матриц, находить обратные матрицы, решать системы линейных</p>	<p>различного рода оценок; умеет используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями; уверенно применяет аппарат математического анализа для проектирования в профессиональной деятельности; уверенно выполняет действия над матрицами, вычисляет определители, находит ранг матриц, находить обратные матрицы, решает системы линейных уравнений;</p>	
--	--	--	---	---	--	---	--



			<p>уравнений; не умеет решать начальные и краевые задачи для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; не умеет применять полученные знания для моделирования физических процессов.</p>	<p>матрицы, решении системы линейных уравнений; возникают трудности при решении различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; возникают трудности при моделировании физических процессов.</p>	<p>уравнений; в целом может уметь решать начальные и краевые задачи для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; в целом может применять полученные знания для моделирования физических процессов.</p>	<p>уверенно умеет решать начальные и краевые задачи для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; уверенно применяет полученные знания для моделирования физических процессов.</p>	
--	--	--	--	--	--	---	--

## 2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

### Устный опрос

оценка уровня сформированности компетенции **ПК-1** на этапе «Знания»

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
3. Определители  $n$ -ого порядка.
4. Свойства определителей.
5. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
6. Ранг матрицы.
7. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
10. Ступенчатые матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы.
11. Вычисление ранга матрицы приведением к ступенчатому виду.
12. Обратимые матрицы и их свойства.
13. Элементарные матрицы. Теоремы об элементарных матрицах.
14. Вычисление обратной матрицы приведением к единичной матрице.
15. Вычисление обратной матрицы через определители.
16. Основные понятия теории систем линейных уравнений.
17. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования слу.
18. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Матричный способ решения СЛУ.
21. Правило Крамера.
22. Что называется пределом функции?
23. Сформулируйте свойства пределов функции.
24. Дайте определения односторонних пределов.
25. Дайте определения бесконечно малой, ограниченной, бесконечно большой функций.
26. Сформулируйте первый и второй замечательные пределы.
27. Дайте определение бесконечно малых функций одного и того же порядка.
28. Дайте определение эквивалентных бесконечно малых функций.
29. Дайте определение бесконечно малой функции более высокого, более низкого порядков.
30. Сформулируйте теоремы об эквивалентных бесконечно малых функциях.
31. Дайте определение функции, непрерывной в точке.
32. Сформулируйте свойства функций, непрерывных в одной и той же точке.
33. Точки разрыва какого вида вы знаете?
34. Дайте определение функции, непрерывной на отрезке.
35. Дайте определение производной функции.
36. Сформулируйте геометрический смысл производной функции.
37. Сформулируйте физический смысл производной функции.
38. Дайте определение дифференциала функции.
39. Дайте определение возрастающей (убывающей) на интервале функции.
40. Сформулируйте необходимое условие монотонности функции.
41. Сформулируйте достаточное условие монотонности функции.
42. Дайте определение максимума, минимума функции. Сформулируйте необходимое условие экстремума, два достаточных условия экстремума.

43. Дайте определения точки перегиба, выпуклости и вогнутости графика функции на интервале. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования точки перегиба.
44. Как найти асимптоты графика функции?
45. Дайте определения первообразной и неопределённого интеграла.
46. Сформулируйте свойства неопределённого интеграла.
47. Как осуществляется замена переменной в неопределённом интеграле?
48. Запишите формулу интегрирования по частям.
49. Дайте определение определённого интеграла.
50. Сформулируйте геометрический смысл определённого интеграла.
51. Сформулируйте свойства определённого интеграла.
52. Какие геометрические приложения определённого интеграла вы знаете?
53. Дайте определения несобственного интеграла с одним или двумя бесконечными пределами.
54. Дайте определения несобственного интеграла с конечными пределами от разрывной функции.
55. Как определяется сходимость и расходимость несобственных интегралов?
56. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств.
57. Простейшие свойства векторного пространства.
58. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов.
59. Базис конечной системы векторов.
60. Базис векторного пространства. Примеры базисов векторных пространств. Теорема о базисе  $n$ -мерного векторного пространства.
61. Размерность векторного пространства. Теорема о размерности векторного пространства.
62. Координаты вектора относительно базиса. Теорема о единственности координат вектора относительно заданного базиса.
63. Координаты вектора относительно базиса. Теорема о координатах суммы векторов и координатах произведения вектора на скаляр.
64. Связь между координатами вектора в различных базисах.
65. Запишите выражение для градиента скалярного поля в ПДСК, ЦСК, ССК.
66. Запишите выражение для дивергенции векторного поля в ПДСК, ЦСК, ССК.

оценка уровня сформированности компетенции **ПК-1** на этапе «Знания»

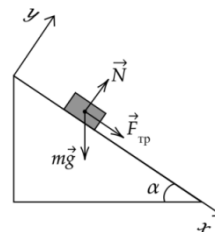
1. Что называется дифференциальным уравнением (д.у.)? Что такое порядок д.у.?
2. Какой общий вид обыкновенного д.у. первого порядка? Какая функция называется решением этого уравнения на промежутке  $\langle a, b \rangle$ ? Дайте определения общего и частного решений этого уравнения?
3. Какой геометрический смысл имеет д.у.  $y' = f(x, y)$  и его решения? Как определить наклон интегральной кривой уравнения в заданной точке  $(x_0, y_0)$  по правой части уравнения? Что такое поле направлений, определяемое уравнением  $y' = f(x, y)$ ?
4. Как ставится задача Коши для д.у. первого порядка? Каков ее геометрический и механический смысл?
5. Какой вид имеет д.у. с разделяющимися переменными? Какой алгоритм решения д.у. с разделяющимися переменными?
6. Какие частные решения могут появиться при решении д.у. с разделяющимися переменными?
7. Д.у. какого вида приводятся к уравнениям с разделяющимися переменными?
8. Какая функция называется однородной степени  $m$  в области  $D$ ?

9. Сформулируйте определения однородного д.у. Какой подстановкой (заменой искомой функции) однородное уравнение приводится к уравнению с разделяющимися переменными?
10. Какие д.у. приводятся к однородным?
11. Какой вид имеет линейное уравнение первого порядка? Чем отличается неоднородное линейное уравнение от однородного?
12. Как интегрируется однородное линейное уравнение первого порядка?
13. В чем заключается метод вариации произвольной постоянной интегрирования неоднородного линейного уравнения?
14. Какой подстановкой можно проинтегрировать неоднородное линейное уравнение?
15. Какое д.у. первого порядка называется уравнением Бернулли?
16. Какая связь между уравнением Бернулли и линейным уравнением первого порядка?
17. В каком случае  $y = 0$  будет решением уравнения Бернулли?
18. Какими методами интегрируется уравнение Бернулли?
19. Сформулируйте определение уравнения в полных дифференциалах?
20. Как интегрируется уравнение в полных дифференциалах? В чем состоит метод интегрирующего множителя?
21. Как можно подобрать интегрирующий множитель, зависящий только а) от  $x$ , б) от  $y$ ?
22. Докажите, что интегрирующий множитель для линейного уравнения  $y' + P(x)y = Q(x)$  имеет вид  $\mu(x) = \exp(\int P(x)dx)$ .
23. Какая точка называется особой точкой д.у.? Почему начало координат является особой точкой уравнения  $y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ ?
24. Какое решение дифференциального уравнения называется особым?
25. Какой вид имеет уравнение Клеро?
26. Как находятся общее и особое решения этого уравнения?
27. Как находится общее решение уравнения  $y^{(n)} = f(x)$ ? Какой вид имеет решение этого уравнения с нулевыми начальными условиями?
28. Как понижается порядок уравнения, не содержащего искомой функции, и уравнения, не содержащего искомой функции и последовательных первых производных?
29. Как понижается порядок уравнения, не содержащего независимой переменной?

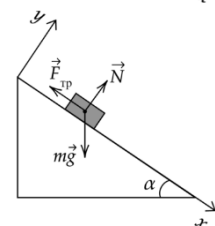
### Решение задач на практических занятиях

оценка уровня сформированности компетенции **ПК-1** на этапе «Умения»

1. Тело массой  $m = 20$  кг движется по наклонной плоскости с углом  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения о поверхность равен 0,4. Найдите величину и направление результирующей силы, действующей на тело.



2. Тело скользит по наклонной плоскости. Угол наклона  $\alpha = 60^\circ$ . Коэффициент трения о поверхность равен 0,3. Найдите величину и направление результирующей силы, действующей на тело.



3. Самолёт в безветренную погоду взлетает со скоростью  $v = 100$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Найти вертикальную и горизонтальную составляющие скорости самолёта.
4. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{i} + 8\vec{j} + 2\vec{k}$ .
5. Найти работу силы  $\vec{F}(2; -1; 4)$ , если точка ее приложения перемещается из  $B(3; 5; -2)$  в  $C(2; 1; 0)$
6. Даны точки  $A(-3; 2; -1)$  и  $B(-1; 2; 1)$ . Найти угол, образованный вектором  $\overline{AB}$  с положительным направлением оси  $Ox$
7. Сила  $\vec{F}(3; 5; -2)$  перемещает материальную точку из  $B(4; 2; 3)$  в точку  $C$ , лежащую на оси  $Oy$ . Найти координаты точки  $C$ , если совершаемая при этом работа равна 4.
8. Даны вектор  $\vec{a}(-1; 9; 2)$  и точка  $A(4; 0; -3)$ . Найдите длину вектора перпендикулярного вектору  $\vec{a}$ , если известно, что точка  $B$  принадлежит оси  $Oz$ .
9. Найти объем треугольной пирамиды с вершинами в точках  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(1; 2; 2)$ ,  $C(-1; 2; 2)$ ,  $D(1; -1; 3)$  и ее высоту, опущенную на основание  $ABC$ .
10. Даны векторы  $\vec{a}(2; 1; -1)$ ,  $\vec{b}(3; 0; 1)$ . Найти  $(\vec{b} - \vec{a}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ .
11. Найти площадь треугольника с вершинами в точках  $A(2; -3; 1)$ ,  $B(4; 0; 1)$ ,  $C(10; 3; 3)$ .
12. Исследовать функцию и построить её график  $y = \sqrt{4 - x^2}$
13. Исследовать функцию и построить её график  $y = \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 - 9}}$ .
14. Исследовать функцию и построить её график  $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$
15. Провести полное исследование и построить графики функций  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$
16. Провести полное исследование и построить графики функций  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
17. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1}, \quad 2. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x-2}{x^3-1}, \quad 3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1+\sin 2x}{1-\cos 4x}, \quad 4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{x^2-1}, \quad 10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-5x-3}{x^2-9}, \quad 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x}{x^2+1}, \quad 27. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+1}, \quad 28. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x-1}{9x^2-1}, \quad 29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}.$$

18. Вычислить пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}, \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\arcsin 3x}, \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{3x},$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{5x}}{4x}, \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x}, \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-5x)}{2x}.$$

19. Найти производные функций

$$1. y = (2x+1)^{15} \quad 2. y = \sqrt{x^3+3}-1 \quad 3. y = 5\cos 3x - 3\sin 5x \quad 4. y = x^2 + \frac{1}{x} + e^2$$

$$26. y = \sqrt{3x^2-1} \quad 27. y = x \ln(2x+1) \quad 30. y = \frac{x^2}{1+x^3} \quad 31. y = x \cdot e^{x^3}$$

20. Для функций, заданных параметрическими уравнениями, найти  $y'(x)$

$$а) x = e^{2t}, y = e^{3t}, t \in \mathbb{R}; \quad б) x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

21. Закон движения точки по координатной прямой выражается уравнением

$x = 4 + 12t - 0,25t^2$  ( $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найти скорость точки в момент времени  $t_0 = 8$  [с]. В какой момент времени скорость точки равна нулю?

22. Найти моменты времени, в которые скорость точки равняется нулю, если закон ее движения по координатной прямой имеет вид:  $x = t^3 - 3t^2 + 1$  ( $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах).

23. Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$  по закону  $x = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 5$  ( $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найти расстояние между остановками точки (начало движения  $t_0 = 0$ ).

24. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S = -t^3/3 + t^2 + 3t + 1$  ( $S$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найти скорость в момент времени, когда ускорение равно нулю.

25. Тело движется прямолинейно по закону  $S = \sqrt{t}$  ( $S$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Найти скорость и ускорение тела в момент времени  $t = 4$ .

26. Используя таблицу и основные свойства неопределенного интеграла, найти интегралы:

$$46. \int \frac{2x-1}{\sqrt[3]{x}} dx \quad 47. \int \frac{x^4+x^2-6x}{x^3} dx \quad 48. \int \frac{dx}{\sqrt{3-x}}$$

27. Найти интегралы:

$$1. \int x \sin x dx \quad 2. \int (x+3)e^x dx \quad 3. \int (3x+1) \cdot \cos 2x dx \quad 4. \int x \cdot 2^x dx$$

$$5. \int x^3 \ln x dx \quad 6. \int (4\sqrt{x}-x) \ln 2x dx \quad 7. \int \arctg x dx \quad 8. \int (x^2+7)e^{2x} dx$$

$$10. \int \frac{2dx}{\sqrt{x}(x-1)} \quad 11. \int \frac{dx}{3\sqrt{x-5} + (\sqrt{x-5})^3} \quad 12. \int \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$$

$$13. \int xe^{-x} dx \quad 14. \int (3+2x) \ln x dx$$

$$16. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx \quad 17. \int \frac{2+\sqrt{x+2}}{x+3+2\sqrt{x+2}} dx$$

28. Вычислить работу силы, направленной вдоль оси  $Ox$ , величина которой равна  $F = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ , по перемещению тела из точки  $x = 0$  в точку  $x = 3$ .

29. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 5 см, если сила в 1 Н растягивает ее на 1 см.

Указание. По закону Гука сила  $F$  возрастает пропорционально растяжению  $x$  пружины:  $F = kx$ .

30. Скорость тела дается формулой  $v = 1 + 2t$  (м/с). Найти путь, пройденный телом за первые 10 с после начала движения.

Указание. Путь, пройденный телом за промежуток времени от момента  $t = t_1$  до момента  $t = t_2$ , равен определенному интегралу от модуля скорости:  $S = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)| dt$ .

31. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ .

32. Вычислить интеграл  $\int_0^1 (x+1)e^{3x} dx$ .

33. Вычислить интеграл  $\int_0^1 x \cdot e^x dx$ .

34. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} (x-2) \cdot \sin 3x dx$ .

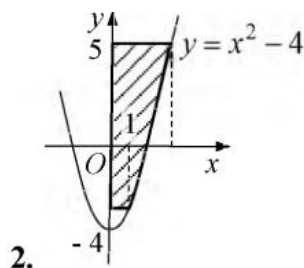
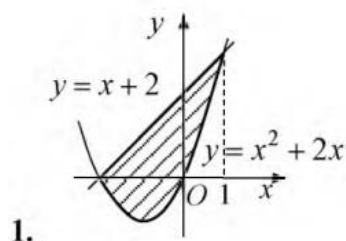
35. Вычислить интегралы, используя указанную подстановку  $\int_1^2 (x-1)^5 \cdot x dx$ ,  $x-1=t$ .

36. Вычислить интегралы, используя указанную подстановку  $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$ ,  $\sqrt{x}=t$ .

37. Вычислить интегралы, используя указанную подстановку  $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ ,  $\sqrt{e^x+1}=t$ .

38. Вычислить интегралы, используя указанную подстановку  $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$ ,  $\sqrt{3x-2}=t$ .

39. Найти площади фигур, ограниченных линиями:



3.  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$ .

4.  $x = y^2 - 2$ ,  $x = 0$ .

5.  $y - x = 0$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 3$ .

6.  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ .

7.  $y = 2 - x^2$ ,  $y = x$ .

8.  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $y = e$ .

40. Найти длину дуги кривой:

1.  $y = 2\sqrt{(x-1)^3}$  от  $x = 1$  до  $x = 4$ . 2.  $x = 5\cos t$ ,  $y = 5\sin t$ ,  $\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ .

3.  $x = \frac{1}{3}t^3 - t$ ,  $y = t^2 + 2$ ,  $0 \leq t \leq 3$ . 4.  $\rho = e^\varphi$ ,  $\varphi \in [0; \pi]$ .

16.  $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ . 17.  $\rho = 8(1 - \cos \varphi), -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$ .

41. Для данного комплексного числа  $z = (1 - i)(-2 + 3i)$  найти мнимую часть  $\text{Im}z$ .

42. Представить число  $z = \frac{2-5i}{2-i}$  в алгебраической форме

43. Дано:  $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 3 - i$ . Найти  $|z_1 \cdot z_2|$

44. Представить в тригонометрической форме комплексное число  $z = 1 - i\sqrt{3}$ .

45. Изобразить вектор, соответствующий сумме комплексных чисел  $z_1 = -1 + 2i, z_2 = 2 - i$

46. Найти  $z^6$ , если  $z = \sqrt{3} - i$

47. Вычислить  $(2+i\sqrt{12})^5; \sqrt[5]{3-4i}; |(1+i)^5|$

48. Найти все значения корней  $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$  и построить их на комплексной плоскости.

Вычислить определители:

10.  $\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$ .

11.  $\begin{vmatrix} 2\cos x & 2\sin x \\ -2\sin x & 2\cos x \end{vmatrix}$ .

12. Дан определитель  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -4 & 0 & 1 \\ -5 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ . Найти миноры и алгебраические до-

полнения элементов  $a_{13}, a_{32}$ .

Вычислить определители двумя способами: используя разложение определителей по строке и приведением их к треугольному виду:

13.  $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 17 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ .

14.  $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 4 & -1 & -2 \\ 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ .

15. Решить уравнение и сделать проверку:  $\begin{vmatrix} x^2 & 4 \\ x & 2 \end{vmatrix} = 0$ .

Найти произведение матриц:

12.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

13.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ .



17. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $X$  из уравнения

$$A^T + 2X = -2B.$$

18. Найти матрицу  $X$  из уравнения:  $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 2X = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -1 \\ 6 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ .

Методом присоединенной матрицы и методом элементарных преобразований найти обратные для следующих матриц:

6.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

7.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

22. Найти все матрицы  $X$ , удовлетворяющие уравнению

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы по формулам Крамера и матричным методом.

7.  $\begin{cases} 2x - 3y = 13, \\ 3x + 5y = -9. \end{cases}$       8.  $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x - y + z = 6, \\ x + 5y = -3. \end{cases}$       9.  $\begin{cases} x + y - z = 5, \\ 3x + 3y - z = 13, \\ x + 2y - 3z = 9. \end{cases}$

Решить системы методом Гаусса:

9.  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$

10.  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 3, \\ 7x_1 - 5x_2 - 9x_3 + 10x_4 = 8. \end{cases}$

1.8.1. Постройте кривую, заданную уравнениями: а)  $x = \cos t, y = \sin 2t$ ; б)  $x = \cos t, y = \sin 3t$ . [Указание. Так как  $\sin 3t$  меняется быстро, то нужно брать достаточно близкие значения  $t$ , например  $t = 0; 0,1; 0,2$ , или, если у нас нет таблицы тригонометрических функций, аргумент которых измеряется в радианах, то  $t = 0; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ; \dots$ ]

1.8.2. Постройте кривую  $x = \cos(5t+1), y = \sin(5t+1)$ .

1.8.3. Постройте кривую  $x = \cos t, y = \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$ .

1.8.4. Постройте кривую  $x = \cos t, y = \cos t$ .

1.8.5. Выразите параметрическую зависимость (2) явно — в виде функции  $x = \varphi(y)$ .

5. Построить кривую, по которой движется точка  $A$ , лежащая на окружности диска радиусом 1 см, катящегося по оси  $x$  со скоростью 1 см/с. В начальный момент центр круга  $Q$  лежит на оси  $y$ , а рассматриваемая точка  $A$  — в начале координат. Через время  $t$  координаты центра  $Q_t(t, 1)$ , круг повернулся на угол  $-t$  рад. Кривая называется циклоидой.

оценка уровня сформированности компетенции ПК-1 на этапе «Умения»

16. Является ли функция  $y = \frac{e^x}{x}$  решением уравнения  $y' = \left(1 - \frac{1}{x}\right)y$ ?

Решить дифференциальные уравнения:

17.  $y'x^3 = 2y$ . 18.  $x \cos y dy = e^{\sin y} dx$ . 19.  $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$ .

Решить задачу Коши:

20.  $(xy^2 + x)dx + (x^2 y - y)dy = 0, y(0) = 1$ . 21.  $x^2 - 3y^2 + 2xyy' = 0, y(2) = 1$ .

22. Решить дифференциальное уравнение  $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0$ .

Решить задачу Коши:

23.  $y' = 2\sqrt{y} \ln x, y(e) = 1$ . 24.  $y - xy' = 2(1 + x^2 y'), y(1) = 1$ .

25.  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, y(-1) = 1$ . 26.  $xy' = y \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$ .

Решить дифференциальные уравнения:

6.  $y' = x + y$ .

7.  $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$ .

Решить задачу Коши:

8.  $y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}$ ,  $y(1) = 1$ .

9.  $y^2 + (3 - 2xy)y' = 0$ ,  $y(1) = -1$ .

Решить дифференциальные уравнения:

10.  $y' = 2y + e^x - x$ .    11.  $2ydx + (y^2 - 2x)dy = 0$ .    12.  $y' - \frac{4}{x}y = x\sqrt{y}$ .

*Решить уравнения:*

2.4.7.  $(3x - 5x^2y^2)dx + (3y^2 - \frac{10}{3}x^3y)dy = 0$ .

2.4.8.  $(x \cos 2y - 3)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$ .

2.4.9.  $(2x + ye^{xy})dx + (1 + xe^{xy})dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .

2.4.10.  $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dy = 0$ ,  $y(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ .

2.4.11.  $(x^2 + 2xy + 1)dx + (x^2 + y^2 - 1)dy = 0$ .

2.4.12.  $\sin(x + y)dx + x \cos(x + y)(dx + dy) = 0$ .

2.4.13.  $(3x^2 + 3x^2 \ln y)dx - \left(2y - \frac{x^3}{y}\right)dy = 0$ .

Решить уравнения:

10.  $y'' = \frac{1}{x}$ .    11.  $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$ .

Решить задачу Коши:

12.  $2xy'' + y' = 0$ ,  $y(1) = 5$ ,  $y'(1) = 4$ .    13.  $xy'' - 2y' = 2x^4$ ,  $y(1) = \frac{1}{5}$ ,  $y'(1) = 4$ .

Решить уравнения:

7.  $y'' + y' = (1 + e^x)^{-1}$ .

8.  $y'' + 2y' + y = x(1+x)^{-1} \cdot e^{-x}$ .

9.  $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ .

10.  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ .

Найти общее решение дифференциальных уравнений:

11.  $y'' + y = x + 2e^x$ .    12.  $y'' - 3y' = xe^{3x}$ .    13.  $y'' + 4y = \sin 2x$ .

14.  $y'' + 4y = 2\sin 2x - 3\cos 2x + 1$ .

15.  $y'' + y' = 20\sin^2 x$ .

16. Решить задачу Коши  $y'' - 2y' = e^{2x} + 6x^2 - 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 3/2$ .

**Контрольная работа**

### Контрольная работа №1

1. Найти ранг матрицы приведением ступенчатому виду.  

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$$
2. Найти ранг матрицы (матрица из задания 2) методом окаймляющих миноров.
3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}$
4. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
5. Вычислите производные функций:  
 а)  $y(x) = \sqrt[3]{2e^x + 2^x + 1}$ , б)  $y(x) = \cos^3 x \operatorname{tg} 2x$ , в)  $y(x) = \ln \cos^2 \frac{x}{2}$ .

### Контрольная работа №2

1. Вычислить производную, применив метод логарифмического дифференцирования  
 $y(x) = (x+1)^{\frac{1}{\sin x}}$ .
2. Дана функция  $y(x) = \frac{x^2}{1-x}$ . Вычислите  $y^{(8)}$ .
3. Пользуясь правилом Лопиталья, вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x}$ .
4. Исследуйте функцию и постройте ее график  $y(x) = x\sqrt{x+3}$ .
5. Найти производную  $\frac{dy}{dx}$ , где  $\begin{cases} x = \ln(1-t), \\ y = \sin^2 2t. \end{cases}$

### Контрольная работа №3

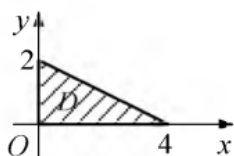
1. Вычислите интеграл  $\int \frac{x}{3^x} dx$ .
2. Вычислите интеграл  $\int_1^{\ln 4} \frac{dx}{e^x + 2}$ .
3. Вычислите интеграл  $\int \frac{5x^3 + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} dx$ .
4. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$ .
5. Исследуйте на сходимость несобственный интеграл  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ .
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^3 = x$ ,  $y = 1$ ,  $x = 8$ .
7. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и касательными к ней, проведенными из точки  $(-4; 0)$ .
8. Найдите объем тела, полученного от вращения вокруг оси  $OX$  криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = xe^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .

9. Найдите площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $OX$  дуги синусоиды  $y = \sin x$  от точки  $x = 0$  до точки  $x = \pi$ .

### Контрольная работа №4

1. В двойном интеграле  $\iint_D f(x; y) dx dy$  перейти к повторному и расставить пределы интегрирования (см. рис.).

$$\text{Ответ: } \int_0^4 dx \int_0^{\frac{4-x}{2}} f(x; y) dy = \int_0^2 dy \int_0^{4-2y} f(x; y) dx.$$



2. Вычислить повторный интеграл  $\int_0^2 dx \int_0^x (1+x) dy$ .

$$\text{Ответ: } \frac{14}{3}.$$

3. В интеграле  $\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования, если  $D$  – область, ограниченная линиями:  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  ( $x \leq 0$ ,  $y \geq 0$ ).

$$\text{Ответ: } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\varphi \int_0^2 \rho \sqrt{9-\rho^2} d\rho.$$

4. Найти объем тела, ограниченного параболоидом  $z = 2 - x^2 - y^2$  и конусом  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Ответ:  $\frac{5\pi}{6}$  (куб. ед.).

оценка уровня сформированности компетенции **ПК-1** на этапе «Владения»

### Контрольная работа №5

Решить ДУ

- $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$ .
- $y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x} y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
- $\left( \frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx - \frac{x dy}{x^2 + y^2} = 0$ .
- $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$ .

### Контрольная работа №6

Решить ДУ

1.  $(y + y')y'' + y'^2 = 0$
2.  $(1 + x^2)y'' + 1 + y'^2 = 0$
3.  $xyy'' + y'^2 - yy' = 0$

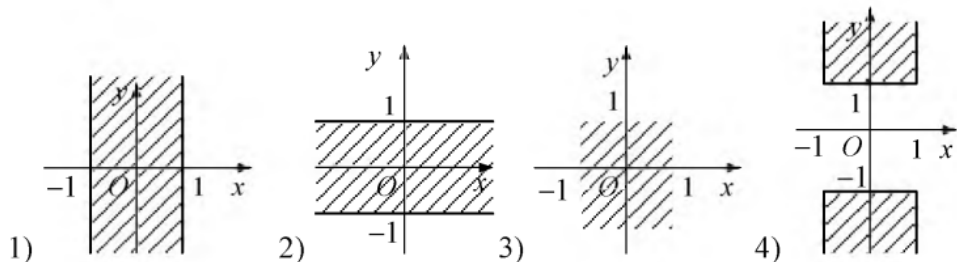
### Контрольная работа №7

1. Для данного комплексного числа  $z = (1-i)(-2+3i)$  найти мнимую часть  $\text{Im}z$ . *Ответ: 5.*

2. Представить число  $z = \frac{2-5i}{2-i}$  в алгебраической форме. *Ответ:  $\frac{9}{5} - \frac{8}{5}i$ .*

3. Дано:  $z_1 = 1 + 3i$ ,  $z_2 = 3 - i$ . Найти  $|z_1 \cdot z_2|$ . *Ответ: 10.*

4. Указать множество точек комплексной плоскости, заданных условием  $|\text{Re}z| \leq 1$ .

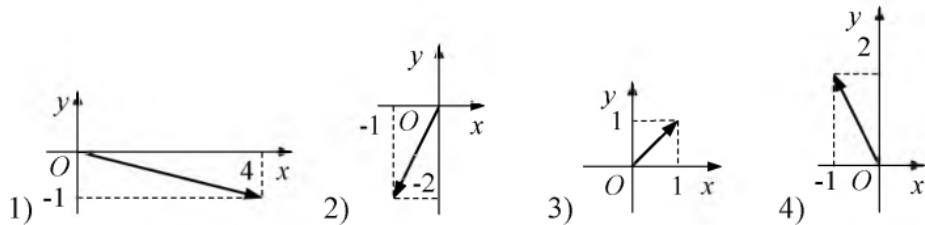


1) *Ответ: 1).*

5. Представить в тригонометрической форме комплексное число

$z = 1 - i\sqrt{3}$ . *Ответ:  $2\left(\cos\frac{5}{3}\pi + i\sin\frac{5}{3}\pi\right)$ .*

6. Указать вектор, соответствующий сумме комплексных чисел  $z_1 = -1 + 2i$  и  $z_2 = 2 - i$ .



1) *Ответ: 3).*

7. Найти  $z^6$ , если  $z = \sqrt{3} - i$ . *Ответ: -64.*

8. Указать количество комплексных корней уравнения  $z^3 + 1 = 0$ . *Ответ: 2.*

9. Найти  $\sqrt[3]{4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i}$ . *Ответ: 2.*

### Контрольная работа №8

**Задача №4.** Вычислить тройной интеграл по области  $V$ , ограниченной плоскостями.

Вариант 1.  $\iiint_V (2x + y) dx dy dz$ ,  $V: x=0, x=2, y=0, y=2, z=1, z=3$ .

Вариант 2.  $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$ ,  $V: x=1, x=3, y=0, y=2, z=1, z=3$ .

Вариант 3.  $\iiint_V (3y + z) dx dy dz$ ,  $V: x=1, x=3, y=0, y=2, z=0, z=2$ .

Вариант 4.  $\iiint_V (3x + 2y) dx dy dz$ ,  $V: x=0, x=3, y=0, y=2, z=1, z=3$ .

**Задача №5.** С помощью тройного интеграла найти объем тела  $V$ , заданного ограничивающими его поверхностями.

Вариант 1.  $z = x^2, y=2, z=2, y=0$ .

Вариант 2.  $x = y^2, z=0, z=3, x=2$ .

Вариант 3.  $z^2 = x^2 + y^2, z=2, z \geq 0$ .

Вариант 4.  $x+z=3, y=2, x=0, y=0, z=0$ .

Найти градиент функции  $z = \frac{x}{y^2}$  в точке  $A(3; 4)$ .

**Задача №8.** Дано векторное поле  $\vec{a}$ . Найти дивергенцию поля в точке  $M_0$  и вычислить поток поля через полную поверхность треугольной пирамиды с помощью формулы Остроградского.

Вариант 1.  $\vec{a} = (x - 2y)\vec{i} + (2z + x)\vec{j} + (y - z)\vec{k}$ ,  $M_0(1, 1, 1)$ ,  
 $2x + 3y + z = 1, x=0, y=0, z=0$ .

Вариант 2.  $\vec{a} = (2x - 2y)\vec{i} + (z + 3x)\vec{j} + (y + z)\vec{k}$ ,  $M_0(1, 0, 1)$ ,  
 $2x + 2y + 2z = 2, x=0, y=0, z=0$ .

Вариант 3.  $\vec{a} = (x + 2y)\vec{i} - (z + x)\vec{j} + (3y + z)\vec{k}$ ,  $M_0(1, 0, 2)$ ,  
 $x + 2y + 3z = 1, x=0, y=0, z=0$ .

Вариант 4.  $\vec{a} = (x + y)\vec{i} + (z + x)\vec{j} - (3y + 3z)\vec{k}$ ,  $M_0(2, 0, 1)$ ,

**Задача №9.** Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $\Gamma$ , используя формулу Стокса.

Вариант 1.  $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} - z\vec{k}$        $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 5 \end{cases}$

Вариант 2.  $\vec{a} = 2y\vec{i} + 5z\vec{j} + 3x\vec{k}$        $\Gamma: \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

Вариант 3.  $\vec{a} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} - z^2\vec{k}$        $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 - 4z^2 = 0 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$

Вариант 4.  $\vec{a} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}$        $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 5 \end{cases}$

**Задача №10.** Проверить, является ли векторное поле  $\vec{a}$  потенциальным и соленоидальным. Если поле является потенциальным, то найти его потенциал.

*Вариант 1.*  $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}$ .

*Вариант 2.*  $\vec{a} = (y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + z^2\vec{k}$ .

*Вариант 3.*  $\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k}$ .

*Вариант 4.*  $\vec{a} = (y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x - y)\vec{k}$ .

### Перечень вопросов к экзамену (1 семестр)

#### МАТРИЦЫ

1. Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
2. Определители n-ого порядка. Свойства определителей. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
3. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров. Элементарные преобразования матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
4. Ступенчатые матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы приведением к ступенчатому виду. Обратимые матрицы и их свойства. Элементарные матрицы. Теоремы об элементарных матрицах.
5. Вычисление обратной матрицы приведением к единичной матрице. Вычисление обратной матрицы через определители.
6. Основные понятия теории систем линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования СЛУ.
7. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Матричный способ решения СЛУ.
9. Правило Крамера.

#### ФУНКЦИИ

10. Функциональная зависимость. Понятие функции. Способы задания функции. График функции.
11. Некоторые сведения из аналитической геометрии. Уравнение прямой. Парабола. Эллипс. Окружность.
12. Последовательность. Предел функции. Бесконечно малые функции. Бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые функции. Основные способы отыскания пределов. Непрерывность функции.

#### ПРОИЗВОДНЫЕ

13. Движение, путь и скорость. Производная функции. Обозначения производной. Производная степенной функции. Дифференциал функции. Приближенное вычисление функции с помощью производной.
14. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная параметрически заданной функции.
15. Частные производные. Производные высших порядков. Полный дифференциал неявно и явно заданной функции от одной и нескольких переменных. Дифференциал высших порядков.



16. Геометрический смысл дифференциала функции. Касательная к кривой. Нормаль к графику. Рост и убывание, максимум и минимум функций. Определение пути по скорости движения и его ускорения.
17. Приложения производной. Общая схема исследования функции. Правила Лопиталя. Формула Тейлора.
18. Частные производные. Производные высших порядков. Полный дифференциал неявно и явно заданной функции от одной и нескольких переменных. Дифференциал высших порядков.
19. Геометрический смысл дифференциала функции. Касательная к кривой. Нормаль к графику. Рост и убывание, максимум и минимум функций. Определение пути по скорости движения и его ускорения.
20. Приложения производной. Общая схема исследования функции. Правила Лопиталя. Формула Тейлора.

### **Перечень вопросов к экзамену (2 семестр)**

#### **НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

1. Неопределенный интеграл. Интеграл от производной. Свойства интегралов.
2. Метод непосредственного интегрирования.
3. Интегрирование подстановкой.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных функций.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Тригонометрические подстановки при интегрировании иррациональных выражений.
9. Интегрирование дифференциального бинома.
10. Подстановки Эйлера.

#### **ОПРЕДЕЛЁННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

11. Определенный интеграл.
12. Связь между интегралом и производной (теорема Ньютона-Лейбница).
13. Геометрический и физический смысл определённого интеграла.
14. Свойства определённого интеграла.
15. Интегрирование подстановкой.
16. Интегрирование по частям.
17. Несобственный интеграл.
18. Вычисление площади плоских фигур.
19. Вычисление длины дуги.
20. Вычисление объёма тела.
21. Вычисление площади поверхности вращения.

### **Перечень вопросов к экзамену (3 семестр)**

#### **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

22. Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Примеры.
23. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод решения. Примеры.
24. Однородные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Метод решения. Примеры.

25. Линейные уравнения. Уравнение Я. Бернулли. Основные понятия. Метод решения. Примеры.
26. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения Лагранжа и Клеро. Основные понятия. Метод решения. Примеры.

#### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

27. Основные понятия. Примеры. Типы.
28. Уравнения, допускающие понижение порядка. Типы. Методы решения. Примеры.
29. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Оператор Вронского. Примеры.
30. Линейные однородные ДУ второго порядка. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка. Основные понятия. Примеры.
31. Интегрирование ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Интегрирование ЛОДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
32. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ). Структура общего решения ЛНДУ второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
33. Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью
34. специального вида.
35. Интегрирование ЛНДУ  $n$ -го порядка ( $n > 2$ ) с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

### Перечень вопросов к экзамену (4 семестр)

#### ВЕКТОРА

1. Понятие вектора. Основные математические характеристики вектора. Способы задания вектора. Проекция вектора. Коллинеарные и компланарные вектора. Нулевой вектор. Роль вектора в физике. Примеры.
2. Операции над векторами. Правила сложения векторов. Разность векторов. Умножение вектора на число. Скалярное произведение двух векторов. Векторное произведение двух векторов. Смешанное произведение трёх векторов. Примеры из физики.
3. Приложение скалярного произведения в геометрии. Угол между прямыми. Приложение векторного произведения в геометрии. Площадь параллелограмма и треугольника. Приложение смешанного произведения в геометрии. Объём параллелепипеда и пирамиды.

#### КООРДИНАТЫ

4. Система координат. Координатные оси. Единичные вектора. Орты. Вектора базиса. Разложение вектора по векторам базиса. Прямоугольная система координат. Полярная система координат. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат.
5. Некоторые сведения из линейной алгебры. Матрица. Определитель матрицы. Ранг матрицы. Элементарные преобразования. Единичная матрица. Обратная матрица. Решение систем уравнений матричным методом.
6. Операции над векторами в координатном представлении. Правила сложения векторов. Разность векторов. Умножение вектора на число. Скалярное

произведение двух векторов. Векторное произведение двух векторов.  
Смешанное произведение трёх векторов.

#### КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

7. Понятие и представления комплексных чисел. Основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.
8. Действия над комплексными числами. Сложение комплексных чисел. Вычитание комплексных чисел. Умножение комплексных чисел. Деление комплексных чисел. Извлечение корней из комплексных чисел.
9. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Физический смысл.

#### ТЕОРИЯ ПОЛЯ

10. Векторное поле. Потенциальное поле. Дивергенция. Поток. Физический смысл.
11. Векторное поле. Ротор векторного поля. Циркуляция. Физический смысл.
12. Оператор Гамильтона. Свойства. Дифференциальные операции теории поля первого
13. порядка.
14. Дифференциальные операции теории поля второго порядка.
15. Криволинейные ортогональные координаты. Параметры Ламэ.
16. Градиент скалярного поля, производная по направлению, дивергенция, ротор векторного поля, оператор Лапласа в криволинейных координатах.
17. Основные дифференциальные операции теории поля в цилиндрических координатах.
18. Основные дифференциальные операции теории поля в сферических координатах.

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

1 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>15</b>
1. Контрольная работа №1	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на	2	5	0	10

практическом занятии				
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>15</b>
1. Контрольная работа №2	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Выполнение дополнительных заданий (из перечня заданий для практических работ)	2	5	0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

## 2 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>15</b>
1. Контрольная работа №3	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>15</b>
1. Контрольная работа №4	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Выполнение дополнительных заданий (из перечня заданий для практических работ)	2	5	0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10

Итоговый контроль		
Экзамен	0	30
<b>итого</b>	<b>0</b>	<b>110</b>

### 3 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>15</b>
1. Контрольная работа №5	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>15</b>
1. Контрольная работа №6	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Выполнение дополнительных заданий (из перечня заданий для практических работ)	2	5	0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

### 4 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<b>Модуль 1</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа	1	10	0	10

(ответы на вопросы)				
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>				<b>15</b>
1. Контрольная работа №7	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Модуль 2</b>				
<b>Текущий контроль</b>			<b>0</b>	<b>20</b>
1. Аудиторная работа (ответы на вопросы)	1	10	0	10
2. Решение задач на практическом занятии	2	5	0	10
<b>Рубежный контроль</b>			<b>0</b>	<b>15</b>
1. Контрольная работа №8	15	1	0	15
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>35</b>
<b>Поощрительные баллы</b>				
1. Выполнение дополнительных заданий (из перечня заданий для практических работ)	2	5	0	10
<b>Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)</b>				
Посещение лекционных занятий			0	-6
Посещение практических занятий			0	-10
<b>Итоговый контроль</b>				
Экзамен			0	30
<b>итого</b>			<b>0</b>	<b>110</b>

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

$$\text{Рейтинговый балл} = k \times \text{Максимальный балл},$$

где  $k = 0,2$  при уровне освоения «неудовлетворительно»,  $k = 0,4$  при уровне освоения «удовлетворительно»,  $k = 0,8$  при уровне освоения «хорошо» и  $k = 1$  при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На экзамене и дифференцированном зачете выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных

баллов),

- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.