

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 24.06.2022 14:13:17  
Уникальный программный ключ:  
b683afe664d7e9f64175886cf9626a196149ad56

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет Математики и информационных технологий  
Кафедра Математического моделирования

**Оценочные материалы по дисциплине (модулю)**

дисциплина ***Теория вероятностей и математическая статистика***

***Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.24***

цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

**44.03.05** ***Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)***  
код наименование направления

Программа

***Математика, Информатика***

Форма обучения

***Очная***

Для поступивших на обучение в  
**2019 г.**

Разработчик (составитель)  
***к.ф.-м.н., доцент***  
***Гнатенко Ю. А.***  
ученая степень, должность, ФИО

<b>1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)</b> .....	<b>7</b>
<b>3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания</b> .....	<b>44</b>

**1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
			1	2	3	4	
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.3. Владеть: основными инструментальными средствами изучаемой дисциплины	Обучающийся должен: знать основные понятия и теоремы теории вероятностей; основные законы распределения случайных величин; методы регрессионного и корреляционного анализа; основные понятия математической статистики; методы сбора, обработки и анализа статистических	Отсутствие навыков	В целом успешное, но непоследовательное владение основными методологическими принципами терминов теории вероятностей и математической статистики	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владения основными методологическими принципами терминов теории вероятностей и математической статистики	Успешное и последовательное владение основными методологическими принципами терминов теории вероятностей и математической статистики	практические контрольные задания, включающие одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить; лабораторные работы

		данных в зависимости от целей исследования; методику проверки гипотез.					
ПК-2.2. Уметь: применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении школьных задач, применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей в образовательном процессе	Обучающийся должен: уметь строить вероятностные модели; вычислять вероятности случайных событий; применять наиболее важные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики; использовать методы регрессионного и корреляционного анализа; выделить	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое применение методологических принципов, категорий и терминов теории вероятностей и математической статистики к анализу разнообразных фактов	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применения методологических принципов, категорий и терминов теории вероятностей и математической статистики к анализу разнообразных фактов	Сформированное умение применять методологические принципы, категории и термины теории вероятностей и математической статистики к анализу разнообразных фактов	практические контрольные задания, включающие одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить	

		<p>проблему, исследование которой может быть связано со статистическим анализом; определить генеральную совокупность и исследуемую случайную величину; сформулировать математическую постановку задачи; собрать экспериментальный материал и сформировать выборку; с учетом поставленной задачи, используя методы математической статистики, провести обработку и анализ данных.</p>					
	ПК-2.1. Знать:	Обучающийся	Отсутств	Неполные	Сформированны	Сформированны	самостоятельна

	<p>основные понятия дисциплины, современные методы математического аппарата, место и роль в образовательном процессе</p>	<p>должен: владеть навыками статистической обработки экспериментального материала; навыками моделирования на ЭВМ случайных величин; вычислительной техникой и программным обеспечением при выполнении статистических расчетов</p>	<p>ие знаний</p>	<p>представления о понятийно-категориальном и терминологическом аппарате теории вероятностей и математической статистики</p>	<p>е, но содержащие отдельные пробелы представления о понятийно-категориальном и терминологическом аппарате теории вероятностей и математической статистики</p>	<p>е систематические представления о понятийно-категориальном и терминологическом аппарате теории вероятностей и математической статистики</p>	<p>я работа с индивидуальными заданиями, контрольная работа</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------

## **2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)**

### **Планы практических (семинарских) занятий**

1. Формулы комбинаторики и их применение при решении вероятностных задач
2. Алгебра событий. Вычисление вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей
3. Формула Бернулли и предельные теоремы
4. Случайные величины
5. Числовые характеристики случайной величины
6. Основные законы распределения вероятностей
7. Многомерные случайные величины
9. Предмет математической статистики
10. Оценка параметров распределений
11. Интервальное оценивание
12. Проверка статистических гипотез
13. Элементы корреляционного анализа

### **Планы лабораторных работ**

Лабораторная работа №1 «Табулирование данных»

Лабораторная работа №2. «Графическое представление данных»

Лабораторная работа № 3. «Описательная статистика»

Лабораторная работа №4. «Корреляционный анализ»

Лабораторная работа №5. «Оценка достоверности различий между двумя выборками по уровню признака»

Лабораторная работа №6 «Оценка достоверности расхождения или согласия распределений (критерий Пирсона)»

Лабораторная работа №7 «Оценка достоверности расхождения или согласия распределений (критерий  $\lambda$ - Колмогорова-Смирнова)»

Лабораторная работа №8. «Многофункциональный критерий Фишера»

## Наименование тем на самостоятельное изучение

Аксиоматическое построение теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Локальная и интегральная теоремы Лапласа, теорема Пуассона.

Смешанные случайные величины. Функция распределения и плотность вероятностей смешанной случайной величины.

Свойства числовых характеристик

Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Примеры решения задач

Закон нормального распределения на плоскости и в пространстве. Многомерное нормальное распределение. Законы распределения подсистем непрерывных случайных величин и условные законы распределения.

Марковские процессы с дискретным числом состояний. Непрерывные Марковские процессы.

Статистические моменты (начальные и центральные).

Метод моментов для точечного оценивания.

Распределения Пирсона, Стьюдента. Односторонний доверительный интервал.

Нелинейная, множественная корреляция.

Моделирование стохастических систем. Имитационное стохастическое моделирование.

*Перечень заданий для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2  
(индикатор достижения компетенции ПК-2.1)*

### Описание контрольной работы:

Контрольная работа предназначена для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 (индикатор достижения компетенции ПК-2.1) и представляет собой письменное задание, выполняемое в течение 90 минут. Контрольная работа направлена на выявление уровня знаний основных понятий и теорем теории вероятностей, основных законов распределения случайных величин, методов регрессионного и корреляционного анализа, основных понятий математической статистики, методов сбора, обработки и анализа статистических данных, методики проверки гипотез.

### Описание методики оценивания:

Контрольная работа проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов. Критериями оптимального усвоения знаний, умений и навыков при проведении контрольной работы являются объем, системность, осмысленность, прочность и действенность знаний обучающихся.



Результаты контрольной работы оцениваются в соответствие с рейтинг-планом дисциплины.

**Критерии оценки (в баллах):**

- 16 баллов выставляется студенту, если все задачи верно решены;
- 12-15 баллов выставляется студенту, если правильно решены три задачи, либо решены все, но допущены некоторые неточности и механические ошибки, не влияющие на ответ и смысл решения;
- 8-11 баллов выставляется студенту, если правильно решены две задачи, либо присутствует решение трех задач, однако допущены ошибки, повлекшие неправильный ответ;
- 5-7 баллов выставляется студенту, если решены две задачи, но с ошибками
- 1-4 балла выставляется студенту, если одна задача решена частично или полностью;
- 0 баллов выставляется студенту, если все задачи решены неверно или решение отсутствует.

Контрольная работа №1

*по теме «Случайные события и вероятность»*

Вариант 1

1. Студент знает ответ на 20 теоретических вопросов из 30 и сможет решить 30 задач из 50. Определить вероятность того, что студент полностью ответит на билет, который состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

2. Из 20 деталей, среди которых 8 высшего качества, случайным образом выбираются на сборку 5. Какова вероятность того, что среди них окажется 3 детали высшего качества?

3. Три прибора испытываются на надёжность. Вероятности выхода из строя каждого прибора равны соответственно 0,1; 0,2; 0,3. Найти вероятность того, что два прибора выйдут из строя.

4. Из 5 стрелков два попадают в цель с вероятностью 0,6, а три – с вероятностью 0,4.  
1) Что вероятнее: попадёт в цель наудачу выбранный стрелок или нет? 2) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к последним трём?

5. Ремонтная бригада завода обслуживает станки трёх типов: первого, второго и третьего, которые присутствуют на заводе в соотношении 1:2:3. Вероятности обращения к бригаде за время  $T$  для обслуживания станков каждого типа равны соответственно 0,5; 0,3; 0,2. В бригаду поступил вызов (событие  $A$ ). Какого типа станок вероятнее всего требует ремонта?

Вариант 2

Предполагая, что на отрезок длиной  $L$  ставятся наугад и независимо друг от друга две точки. Определить, какова вероятность того, что расстояние между ними будет не больше  $L/2$ .

2. Из урны, содержащей 5 белых и 3 черных шара, наудачу выбраны 2 шара. Найти вероятность того, что шары будут разного цвета.

3. 10 человек случайным образом рассаживаются вдоль одной из сторон прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два фиксированных лица окажутся рядом.

4. У рыбака имеется 3 излюбленных места для ловли рыбы, которые он посещает с равной вероятностью каждое. Если он закидывает удочку на первом месте, рыба клюет с вероятностью  $p_1$ , на втором месте – с вероятностью  $p_2$ , на третьем –  $p_3$ . Известно, что рыбак, выйдя на ловлю рыбы, три раза закинул удочку, и рыба клюнула только один раз. Найти вероятность того, что он удил рыбу на первом месте.

5. Если в среднем левши составляют 1%, каковы шансы на то, что среди 200 человек окажется ровно 4 левши.

## Контрольная работа №2

### по теме «Случайные величины»

#### Вариант 1

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения

$X$	2	4	7
$p$	0.5	0.2	0.3

Найти интегральную функцию  $F(x)$  и построить ее график.

2. Найти математическое ожидание и дисперсию числа очков при одном бросании игральной кости и суммы очков при бросании двух игральных костей.

3. По плотности вероятности случайной величины  $X$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти  $M(x)$ ,  $D(x)$  и интегральную функцию распределения.

4. Оценить вероятность того, что в течении ближайшего дня потребность воды в населенном пункте превысит 1000000 л, если ее средняя суточная потребность составляет 100000 л.

#### Вариант 2

1. Плотность вероятности случайной величины  $X$  задана формулой  $f(x) = ce^{-|x|}$ . Найти а) постоянную  $c$ ; б) вероятность того, что величина  $X$  примет значение из интервала  $(0, 1)$ .

2. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,5, для второго 0,6.

Построить ряд распределения случайной величины общего числа попаданий и найти ее числовые характеристики:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

3. Случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение с математическим ожиданием  $M=1$  и  $D=3$ . Найти плотность вероятности случайной величины  $X$ .

4. При штамповке пластинок из пластмассы по данным ОТК брак составляет 3%. Найти вероятность того, что при данном осмотре партии в 1000 пластинок выявится отклонение от установленного процента брака меньше, чем на 1%.

### **Задания для самостоятельной работы с индивидуальными заданиями**

Описание самостоятельной работы с индивидуальными заданиями:

В качестве текущего контроля уровня знаний, умений и навыков обучающихся применяется самостоятельная работа с индивидуальными заданиями. Самостоятельная работа с индивидуальными заданиями предназначена для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 (индикатор достижения компетенции ПК-2.1).

Самостоятельная работа представляет собой письменное задание, выполняемое в течение 15-20 минут, по изученным ранее 1-2 темам. Самостоятельная работа с индивидуальными заданиями используется как средство для установления эффективности осуществления образовательной деятельности.

#### **Описание методики оценивания**

Самостоятельная работа с индивидуальными заданиями проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов. Критериями оптимального усвоения знаний, умений и навыков при проведении самостоятельной работы являются объем, системность, осмысленность, прочность и действенность знаний обучающихся.

Результаты выполнения самостоятельной работы оцениваются в соответствии с рейтингом-планом дисциплины.

#### **Критерии оценки (в баллах)**

- 2 балла выставляется студенту, если верно решены обе задачи;
- 1 балл выставляется студенту, если верно решена одна задача;
- 0 баллов выставляется студенту, если обе задачи решены неверно.

#### *Самостоятельная работа №1 с индивидуальными заданиями*

1 вариант

1. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше единицы, не превзойдет единицы, а их произведение будет не больше  $2/9$ ?

2. В урне 2 белых и 3 черных шара. Два игрока вынимают по очереди из урны по шару, не вкладывая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше получает белый шар. Найти вероятность того, что выиграет первый игрок.

#### 2 вариант

1. Шар радиуса  $R$  брошен в проволочную сетку, образующую квадраты со сторонами  $6R$ . Какова вероятность, что шар не заденет сетки?

2. Имеются 5 билетов стоимостью 1 рубль, три билета по 3 рубля и два билета по 5 рублей. Наугад берутся 3 билета. Найти вероятность того, что: а) хотя бы 2 из этих билетов имеют одинаковую стоимость; б) все 3 билета стоят 7 рублей.

#### 3 вариант

1. Предполагая, что на отрезок длиной  $L$  ставятся наугад и независимо друг от друга две точки. Определить, какова вероятность того, что расстояние между ними будет не больше  $L/2$ .

2. 10 человек случайным образом рассаживаются вдоль одной из сторон прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два фиксированных лица окажутся рядом.

#### 4 вариант

1. На плоскости задана окружность радиуса  $R$  и точка  $A$ , находящаяся на расстоянии  $d$  ( $d > R$ ) от центра окружности. Найти вероятность того, что прямая, проведенная наудачу через точку  $A$ , пересечет окружность.

2. Из урны, содержащей 5 белых и 3 черных шара, наудачу выбраны 2 шара. Найти вероятность того, что шары будут разного цвета.

#### 5 вариант

1. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  автобус проходит за 2 минуты, а пешеход за 15. Интервал движения автобуса – 25 мин. Вы подходите в случайный момент времени к пункту  $A$  и отправляетесь в пункт  $B$ . Что вероятнее, догонит вас в пути очередной автобус или нет.

2. На полке семь учебников по теории вероятностей, семь — по математическому анализу и одиннадцать — по микроэкономике. Наудачу выбирают шесть книг. Найти вероятность того, что среди них будет не менее четырех книг по теории вероятностей.

#### 6 вариант

1. На шахматную доску наудачу брошена монета, диаметр которой вдвое меньше стороны каждого из квадратов шахматной доски. Какова вероятность того, что монета окажется полностью на черном поле?

2. В автобусе 5 пассажиров. Найти вероятность того, что на каждой из оставшихся 5 остановок будут сходить по одному пассажиру. Предполагается, что каждый из пассажиров с равной вероятностью может выйти на любой из остановок.

7 вариант

1. На окружности радиуса  $R$  наудачу поставлены 3 точки  $A, B, C$ . Найти вероятность того, что треугольник  $ABC$  остроугольный.

2. Пусть в группе из 10 человек четверо мужчин. Если случайным образом выбирают двух человек, то какова вероятность того, что это:

а) оба мужчины;

б) обе женщины;

в) один мужчина и одна женщина.

8 вариант.

1. На отрезке  $AB$  длиной  $L$  наудачу поставлены 2 точки  $M$  и  $N$ . Найти вероятность того, что точка  $M$  будет ближе к  $N$ , чем к  $A$ ?

2. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынимаются 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара белые?

9 вариант.

1. После бури на участке между 40 и 70 км телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что разрыв произошел между 45 и 50 км линии?

2. В группе 22 студента, среди которых 4 отличника. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажутся 3 отличника.

10 вариант.

1. На отрезке длиной  $L$  наудачу выбраны 2 точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними меньше  $kL$ , где  $0 < k < 1$ .

2. Числа натурального ряда  $1, 2, \dots, n$  расставлены случайно. Найти вероятность того, что числа 1 и 2 расположены рядом и притом в произвольном порядке.

11 вариант.

1. Лодка перевозит груз с одного берега на другой, пересекая пролив за час. Найти вероятность того, что идущее вдоль пролива судно будет замечено, если с лодки обнаруживается судно в случае, когда пересекают его курс не ранее, чем за 20 мин до пересечения судном курса лодки и не позднее, чем через 20 мин после пересечения судном курса лодки? Курс лодки перпендикулярен курсу судна.

2. Из 10 билетов 2 выигрышных. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов:

а) 1 выигрышный;

б) 2 выигрышных;

в) хотя бы один выигрышный.

12 вариант

1. Из промежутка  $[0;2]$  наудачу выбраны числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам  $x^2 \leq 4y \leq 4x$ .

2. Наудачу подбрасывают 2 монеты. Какова при этом вероятность выпадения 2х цифр.

13 вариант

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел из промежутка  $[-1,1]$  положительна, а их произведение отрицательно.

2. При наборе телефонного номера абонент забыл 2 последние цифры и набрал их наугад, помня лишь о том, что эти цифры нечетны и различны. Найти вероятность того, что номер набран верно.

14 вариант

1. Два действительных числа  $x$  и  $y$  выбираются наудачу так, что сумма их квадратов меньше 100. Какова вероятность того, что сумма квадратов чисел окажется больше 64?

2. Каждая из букв слова «ананас» написана на одной из 6 одинаковых карточек, которые тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что при вытягивании шести карточек в порядке их появления снова получится слово «ананас»?

15 вариант

1. В линейном уравнении  $ax=b$  коэффициент  $a$  наудачу извлекается из замкнутого промежутка  $[0, 8]$ , а свободный член  $b$  из  $[0, 10]$ . Найти вероятность того, что корень данного уравнения не меньше единицы.

2. На книжной полке произвольно расставлены 4 книги по математике и 3 по физике. Найти вероятность того, что книги по одному предмету окажутся рядом.

16 вариант.

1. В квадрат с вершинами  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  наудачу брошена точка  $M(p, q)$ . Найти вероятность того, что корни уравнения  $x^2+px+q=0$  действительны и различны.
2. Замок открывается только при наборе 5-значного шифра, состоящего из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Найти вероятность открыть замок при случайном наборе шифра.

*Самостоятельная работа 2 с индивидуальными заданиями*

1 вариант

1. Брак в продукции завода вследствие дефекта А составляет 6%, причем среди забракованной по признаку А продукции в 4% случаев встречается дефект В, а в продукции, свободной от дефекта А, дефект В встречается в 1% случаев. Найти вероятность встретить дефект В во всей продукции.
2. Монета брошена  $2N$  раз ( $N$  – велико!). Найти вероятность того, что герб выпадает ровно  $N$  раз.

2 вариант

1. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6, 0,5 и 0,4.
2. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва на одном веретене в течении одной минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течении одной минуты обрывы произойдут в 5 веретенах.

3 вариант

1. У рыбака имеется 3 излюбленных места для ловли рыбы, которые он посещает с равной вероятностью каждое. Если он закидывает удочку на первом месте, рыба клюет с вероятностью  $p_1$ , на втором месте – с вероятностью  $p_2$ , на третьем –  $p_3$ . Известно, что рыбак, выйдя на ловлю рыбы, три раза закинул удочку, и рыба клюнула только один раз. Найти вероятность того, что он удил рыбу на первом месте.
2. Если в среднем левши составляют 1%, каковы шансы на то, что среди 200 человек окажется ровно 4 левши.

4 вариант

1. Имеется 3 урны с шарами. В первой урне 4 белых и 3 черных, во второй – 5 белых и 2 черных, в третьей – 2 белых и 5 черных. Найти вероятность того, что:
  - а) вынутый шар окажется белым,
  - б) белый шар вынут из второй урны.

2. Доля тяжелых частиц в космическом излучении составляет в среднем 15 %. Какое наименьшее число космических частиц должно быть зарегистрировано прибором, чтобы с вероятностью 0,996 отклонение доли тяжелых частиц среди них от вероятности не превышало по абсолютной величине 0,04.

5 вариант

1. Из полного набора костей домино наугад берутся 2 кости. Найти вероятность того, что вторую кость можно приставить к первой.

2. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.

6 вариант

1. В тире имеется 5 ружей., вероятности попадания из которых равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей на удачу.

2. В классе 30 учеников: 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из 3-х вопросов, заданных учителем, ответили по одному ученику. Какова вероятность того, что среди отвечавших были 2 мальчика и девочка?

7 вариант

1. В правом кармане имеются 3 монеты по 20 руб. и 4 монеты по 5 руб., а в левом – 6 монет по 20 руб. и 3 монеты по 5 руб. Из правого кармана в левый перекладывают 5 монет. Найти вероятность извлечения из левого кармана после перекладывания монеты в 20 руб, если монета берется наудачу.

2. игральная кость бросается 16 раз. Найти наивероятнейшее число появления числа очков, кратного 3.

8 вариант

1. Телеграфное сообщение состоит их сигналов «точка» и «тире». Статистические свойства помех таковы, что искажается в среднем 0,4 сообщений «точка» и 1/3 сообщений «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в соотношении 5:3. Определить вероятность того, что принят передаваемый сигнал, если а) принят сигнал «точка»; б) принят сигнал «тире».

2. Предположим, что вероятность взятия вратарем 11 метрового штрафного удара равна  $\frac{1}{4}$ . Какова вероятность того, что он возьмет хотя бы один мяч из четырех?

9 вариант



1. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в девяти находятся по 2 черных и по 2 белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар, какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров?

2. В семье 6 детей. Что при этом вероятнее, что мальчиков и девочек поровну или что мальчиков больше, чем девочек. Принимаем для простоты расчетов вероятность рождения мальчика 0,5.

#### 10 вариант

1. В трех ящиках находятся однотипные изделия: в первом 10 изделий и из них 3 нестандартных, во втором 15 изделий и из них 5 нестандартных, в третьем 20 изделий и из них 6 нестандартных. Наудачу выбирается одно изделие, и оно оказывается нестандартное. Найти вероятность того, что взятое изделие принадлежит второму ящику.

2. При каком числе выстрелов наивероятнейшее число попаданий равно 16, если вероятность попадания в отдельном выстреле составляет 0,7.

#### 11 вариант

1. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по шару, а затем из этих шаров взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

2. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что из 5 посеянных взойдет не меньше 4.

#### 12 вариант

1. В сетке 20 футбольных мячей, из них 12 новых и 8 игранных. Из сетки извлекают 2 мяча для игры и после игры возвращают в сетку. После этого из сетки снова вынимают 2 мяча для следующей игры. Найти вероятность того, что оба эти мяча будут новыми.

2. При автоматической наводке орудия вероятность попадания по быстро движущейся цели равна 0,9. Найти наивероятнейшее число попаданий при 50 выстрелах.

#### 13 вариант

1. Пусть 5% мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником. Найти вероятность того, что это мужчина. Считать, что мужчин и женщин одинаковое количество.

2. Игральная кость подбрасывается 1200 раз. Найти вероятность наивероятнейшего числа выпадений грани с 6-ю очками.

#### 14 вариант

1. На трех дочерей в семье возложена обязанность мыть посуду. Старшая дочь выполняет 40% все работы, остальные по 30% каждая. Вероятность разбить при мытье хотя бы одну тарелку составляет для девочек 0,02; 0,03; 0,04. Неизвестно, кто накануне мыл посуду, но одна тарелка оказалась разбитой. Найти вероятность того, что посуду мыла старшая, средняя или младшая дочь.

2. Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 31%. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случайно отобранной партии из 75 изделий.

#### 15 вариант

1. Абонент забыл цифру телефона и поэтому набирает наугад. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более 3-х раз.

2. С целью определения уровня подготовки первокурсников ежегодно проводятся контрольные работы. Вероятность написать такую работу на «отлично» составляет 0,3. Найти вероятность того, что не менее 50 студентов из 120 получают за эту работу оценку «отлично».

#### 16 вариант

1. В сборной команде школы 40% составляют учащиеся 10-х классов, 35% – 9-х классов, 25% – 8-х классов. После первого дня соревнований неудача постигла соответственно 2, 4, 5% учащихся. Пусть случайно встреченный сразу после соревнований ученик этой школы оказался проигравшим. Найти вероятность того, что он

а) восьмиклассник; б) девятиклассник; в) десятиклассник.

2. В первые классы должно быть принято 200 детей. Найти вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0,515.

### *Самостоятельная работа №3 с индивидуальными заданиями*

#### ВАРИАНТ 1

1. Игральная кость бросается три раза. Найти закон распределения числа появления шестерки. Построить функцию распределения.

2. Выпущена лотерея в 100 билетов стоимостью по 5 руб с выигрышами: 2 по 50 руб, 6 по 25 руб, 10 по 5 руб, стоимость билета не возвращается. Определить математическое ожидание выигрыша для обладателя одного билета и дисперсию.

#### ВАРИАНТ 2

1. Монета брошена 4 раза. Написать закон распределения и функцию распределения для числа выпадения герба.

2. Производится стрельба по некоторой цели до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна  $p$ . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайного числа  $X$  выстрелов.

### ВАРИАНТ 3

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения

$X$	2	4	7
$p$	0.5	0.2	0.3

Найти интегральную функцию  $F(x)$  и построить ее график.

2. Найти математическое ожидание и дисперсию числа очков при одном бросании игральной кости и суммы очков при бросании двух игральных костей.

### ВАРИАНТ 4

1. При каком значении  $a$  функция  $f(x) = \frac{a}{1+x^2}$ ,  $-\infty < x < \infty$  является плотностью вероятности, и найти вероятность того, что случайная величина  $X$  окажется в интервале  $(-1, 1)$ .

2. В лотерее 100 билетов, на которые падает один выигрыш в 100 руб., 5 выигрышей по 10 руб и 10 выигрышей по 3 руб. Найти математическое ожидание и дисперсию выигрышей на один билет.

### ВАРИАНТ 5

1. Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено 3 светофора, дающих независимо друг от друга зеленый сигнал в течении 1,5 мин, желтый в течении 0,3 мин, красный в течении 1,2 мин. Написать закон распределения  $X$  остановок автомобиля на этой улице.

2. Определить математическое ожидание числа приборов, давших отказ за время испытаний на надежность, если испытанию подвергается 3 прибора, а вероятность отказа каждого равна  $p_1, p_2, p_3$ .

### ВАРИАНТ 6

1. Бросают 2 игральных кубика. Пусть  $X$ -сумма очков, выпавших на их верхних гранях. Написать закон распределения случайной величины  $X$ .

2. Первый игрок бросает 3, а второй 2 одинаковых монеты. Выигрывает и получает все 5 монет тот, у которого выпадает большее число гербов. В случае ничьей игра повторяется до получения определенного результата. Каково математическое ожидание выигрыша для каждого из игроков?

## ВАРИАНТ 7

1. В одной урне 4 ара, а в другой 3 шара. На каждом шаре отмечено число очков от 1 до 4 для первой урны и от 1 до 3 для второй. Из каждой урны наудачу извлекается по одному шару. Пусть  $X$ -сумма очков, отмеченных на вынутых шарах. Составить таблицу распределения случайной величины  $X$ . Найти функцию распределения и построить ее график.

2. Из сосуда, содержащего  $m$  белых и  $n$  черных шаров, извлекаются шары до тех пор, пока не появится белый шар. Найти математическое ожидание числа вынутых черных шаров и его дисперсию, если каждый шар после извлечения возвращался.

## ВАРИАНТ 8

1. Плотность вероятности случайной величины  $X$  задана формулой  $f(x) = ce^{-|x|}$ . Найти а) постоянную  $c$ ; б) вероятность того, что величина  $X$  примет значение из интервала  $(0,1)$ .

2. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,5, для второго 0,6. Построить ряд распределения случайной величины общего числа попаданий и найти ее числовые характеристики:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

## ВАРИАНТ 9

1. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\cos x}{2}, & |x| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти интегральную функцию распределения, построить график плотности вероятности и функции распределения.

2. Охотник, имеющий 5 патронов, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Найти  $M(x)$  и  $D(x)$  числа израсходованных патронов, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4.

## ВАРИАНТ 10

1. Два стрелка делают по выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,5, вторым 0,4. Составить ряд распределения числа попаданий в мишень. Найти интегральную функцию и построить ее график.

2. В группе из 10 изделий содержится 1 бракованное. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад одно изделие за другим, и каждое проверяют. Построить ряд распределения и найти  $M(X)$  и  $D(X)$  числа проверенных изделий.

## ВАРИАНТ 11

1. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, последовательно вытаскивают по 2 шара (каждый раз возвращая их обратно) до появления двух шаров одного цвета. Составить таблицу распределения для числа вытаскиваний шаров.

2. Имеется 6 ключей, из которых только один подходит к замку. Составить ряд распределения числа попыток при открывании замка, если ключ, неподходящий к замку, в последующих попытках не участвует. Чему равны  $M(X)$  и  $D(X)$  этой случайной величины.

#### ВАРИАНТ 12

1. Плотность вероятности случайной величины  $X$  равна

$$f(x) = Ax^2 e^{-x}, 0 \leq x < \infty$$

а) Найти коэффициент  $A$ ; б) построить функцию распределения  $F(x)$ ; в) вычислить вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $(0,1)$ .

2. В партии из 10 деталей содержится 3 нестандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Найти  $M(X)$ -числа нестандартных деталей среди отобранных.

#### ВАРИАНТ 13

1. В урне 5 белых и 25 черных шаров. Вынули один шар. Случайная величина  $X$  - число вынутых белых шаров. Построить ряд распределения и функцию распределения  $F(x)$ .

2. Монета подбрасывается 7 раз. Найти  $M(X)$  и  $D(X)$  числа появлений герба.

#### ВАРИАНТ 14

1. Из партии в 25 изделий, среди которых имеются 6 бракованных, выбраны случайным образом 3 изделия для проверки их качества. Построить ряд распределения случайного числа  $X$  бракованных изделий, содержащихся в выборке.

2. Билет на право разового участия в азартной игре  $X$  долларов. Игрок выбирает 2 игральные кости и получает выигрыш в 100 долларов, если выпали 2 шестерки; 10 долларов при выпадении только одной шестерки и проигрывает, если ни одной шестерки не появилось. Какова должна быть стоимость билета, чтобы игра приносила доход ее организаторам?

#### ВАРИАНТ 15

1. Непрерывная случайная величина задана дифференциальной функцией

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{-Ax}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, A > 0$$

Найти вероятность того, что  $x$  принимает значение, принадлежащее интервалу  $(1,2)$ .

2. Право на выстрел в тире стоит 15 рублей. При попадании в первую мишень вы получаете приз 50 рублей, при попадании во вторую мишень 20 рублей. В какую мишень вам выгоднее стрелять, если вероятности попадания в мишень для вас равны соответственно 0,2 и 0,4.

#### ВАРИАНТ 16

1. Автобус идет с интервалом в 10 минут. Найти плотность вероятности и интегральную функцию распределения и построить их графики для времени ожидания автобуса при случайном выходе к остановке, причем время ожидания автобуса – равномерно распределенная случайная величина.

2. Производятся многократные испытания некоторого эксперимента на надежность до тех пор, пока элемент не откажет. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины  $X$  – числа опытов, которые надо произвести и дисперсию  $X$ . Вероятность отказа элемента в каждом опыте равна 0,1.

#### ВАРИАНТ 17

1. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\cos x}{2}, & |x| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти интегральную функцию распределения и построить графики плотности вероятности и интегральную функцию распределения.

2. Дискретная случайная величина  $X$  имеет только 3 возможных значения  $x_1=1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , причем  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятность того, что  $X$  имеет значение  $x_1$  и  $x_2$  соответственно равны 0,3 и 0,2. Найти закон распределения  $X$ , зная ее математическое ожидание  $M(X)=2,2$  и дисперсию  $D(X)=0,76$ .

#### ВАРИАНТ 18

1. Найти постоянную  $c$  и интегральную функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  с плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{c}{x^2}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Построить графики плотности вероятности и интегральной функции распределения.

2. Брошены две игральные кости. Найти дисперсию суммы числа очков, которые могут появиться на всех выпавших гранях.

## ВАРИАНТ 19

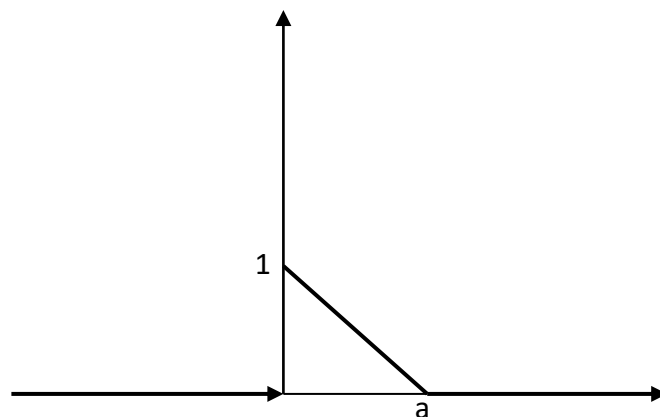
1. Монета подбрасывается до тех пор, пока не выпадет герб. Записать закон распределения для числа бросаний.
2. Найти дисперсию дискретной случайной величины  $X$  – числа появлений события  $A$  в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что  $M(X)=1,2$ .

### Самостоятельная работа №4 с индивидуальными заданиями

#### ВАРИАНТ 1

1. Плотность распределения случайной величины задана графически. Найти плотность вероятности, постоянную  $a$ ,  $M(x)$  и  $D(x)$ .
2. Математическое ожидание скорости ветра у Земли в данном пункте равно 8 м/сек. Оценить вероятность того, что в этом пункте скорость ветра будет:

- а) более 30 м/сек;                      б) не превышает 32 м/сек.



#### ВАРИАНТ 2

1. Случайная величина  $X$  имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Построить график плотности. Найти  $M(x)$  и  $D(x)$ .

2. Сколько раз нужно измерить данную величину, истинное значение которой равно  $a$ , чтобы с вероятностью, не меньшей, чем 0,95 можно было утверждать, что среднее арифметическое значение этих измерений отличается от  $a$  по абсолютной величине меньше чем на 2, если  $\sigma(x)$  каждого измерения равно 10.

#### ВАРИАНТ 3

1. По плотности вероятности случайной величины  $X$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти  $M(x)$ ,  $D(x)$  и интегральную функцию распределения.

2. Оценить вероятность того, что в течении ближайшего дня потребность воды в населенном пункте превысит 1000000 л, если ее средняя суточная потребность составляет 100000 л.

#### ВАРИАНТ 4

1. Плотность случайной величины  $X$  задана следующим образом

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти коэффициент  $a$  и  $D(x)$ . Вычислить вероятность того, что отклонение  $X$  от ее математического ожидания будет не более 0,5.

2. Дисперсия каждой из 300 независимых случайных величин не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих величин от среднего арифметического математических ожиданий не превышает 0,3.

#### ВАРИАНТ 5

1. Ребро куба  $X$  измерено приближенно, причем  $a \leq X \leq b$ . Рассматривая длину ребра куба как случайную величину, распределенную равномерно в интервале  $(a, b)$ , найти  $M(x)$  и  $D(x)$  объема куба.

2. В урне 1000 белых и 2000 черных шаров. Вынули с возвращением 300 шаров. Оценить снизу вероятность того, что число извлеченных при этом белых шаров удовлетворяет двойному неравенству  $80 < x < 120$ .

#### ВАРИАНТ 6

1. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти  $M(x)$  и  $D(x)$ .

2. Пусть схожесть семян некоторой культуры равна 0,75. Оценить вероятность того, что из посеянных 1000 семян число взошедших окажется от 700 до 800 включительно.

#### ВАРИАНТ 7



1. Точка брошена наудачу внутрь круга радиуса  $R$ . Вероятность попадания точки в любую область, расположенную внутри круга, пропорциональна площади этой области. Найти функцию распределения и дисперсию расстояния от точки до центра круга.

2. Пусть при стрельбе из винтовки у некоторого стрелка математическое ожидание отклонения от центра мишени составляет бсм. Оценить вероятность попадания им в круговую мишень, радиус которой 15см.

#### ВАРИАНТ 8

1. Случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение с математическим ожиданием  $M=1$  и  $D=3$ . Найти плотность вероятности случайной величины  $X$ .

2. При штамповке пластинок из пластмассы по данным ОТК брак составляет 3%. Найти вероятность того, что при данном осмотре партии в 1000 пластинок выявится отклонение от установленного процента брака меньше, чем на 1%.

#### ВАРИАНТ 9

1. Функция распределения случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ a + b \sin x, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Определить  $a, b$ . Найти плотность вероятности,  $M(x)$  и  $D(x)$ .

2. В рассматриваемом технологическом процессе в среднем 75% изделий имеют допуск 5%. Какое количество изделий из партии в 200000 штук с вероятностью 0,99 можно планировать с допуском 5%?

#### ВАРИАНТ 10

1. Плотность вероятности случайной величины  $X$  задана в виде

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ xe^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Определить  $M(X)$  и  $D(X)$ .

2. Среднесуточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 12000 кВт/ч. Оценить вероятность того, что потребление электроэнергии в этом пункте в течении данных суток превзойдет 50000 кВт/ч.

#### ВАРИАНТ 11

1. Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

Найти  $M(X)$  и  $D(X)$ .

2. Среднее число молодых специалистов, ежегодно направляемых в аспирантуру при педагогических ВУЗах, составляет 200 человек. Оценить вероятность того, что в данном году будет направлено не более 220 молодых специалистов.

#### ВАРИАНТ 12

1. Определить параметр  $A$ ,  $M(X)$  и  $D(X)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} Ax(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$$

2. Стрелок стреляет по мишени 300 раз, причем вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна  $\frac{2}{3}$ . Оценить вероятность того, что стрелок попадает в мишень от 185 до 215 раз.

#### ВАРИАНТ 13

1. Найти  $M(X)$  и  $D(X)$ , если

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$$

2. Математическое ожидание количества выпадающих в течение года осадков составляет 60 см<sup>3</sup>. Определить вероятность того, что в данной местности осадков выпадет не менее 180 см<sup>3</sup>.

#### ВАРИАНТ 14

1. Определить параметры  $A$ ,  $M(X)$  и  $D(X)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2. Дисперсия каждой из 30000 независимых случайных величин не превышает 6. Какой должна быть верхняя граница абсолютной величины отклонения среднеарифметической случайных величин от среднеарифметического их математических ожиданий, чтобы вероятность такого отклонения превышала 0,92?

### ВАРИАНТ 15

1. Случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией

$$f(x) = \begin{cases} x + 0,5x, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

Найти математическое ожидание функции  $Y=X^3$ .

2. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

X	0,1	0,4
P	0,2	0,3

Оцените вероятность того, что  $|x - M(x)| < \sqrt{0,4}$

### ВАРИАНТ 16

1. Найти математическое ожидание и дисперсию в условиях задачи 1.

Последовательность независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  задана законом распределения:

$$X_n \quad -\sqrt{3} \quad 0 \quad \sqrt{3}$$

$$P \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$$

Применима ли теорема Чебышева?

### ВАРИАНТ 17

1. Определить параметры  $A$ ,  $M(X)$  и  $D(X)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2. Последовательность независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  задана законом распределения:

$$X_n \sim a - a$$

$$P \left( \frac{n}{2n+1} < X_n < \frac{n}{2n+1} \right)$$

Применима ли теорема Чебышева?

#### ВАРИАНТ 18

1. Случайная величина  $x$  задана дифференциальной функцией

$$f(x) = \begin{cases} c(x^2 + 2x), & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

Найти параметр  $c$ , математическое ожидание случайной величины  $X$ .

2. Последовательность независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  задана законом распределения:

$$X_n \sim n+1 - n$$

$$P \left( \frac{n}{2n+1} < X_n < \frac{n}{2n+1} \right)$$

Применима ли теорема Чебышева?

#### ВАРИАНТ 19

1. Случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией  $f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$ . Найти математическое ожидание величины  $X$ .

2. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время  $T$  лампа будет включена, равна 0.8. Оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включенных ламп и средним числом включенных ламп за время  $T$  окажется: а) меньше трех; б) не меньше трех.

*Перечень заданий для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2  
(индикатор достижения компетенции ПК-2.2)*

#### Описание практических контрольных заданий

Практические контрольные задания предназначены для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 (индикатор достижения компетенции ПК-2.2).

Практические контрольные задания направлены на формирование умения строить вероятностные модели; вычислять вероятности случайных событий; применять наиболее важные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики; использовать методы регрессионного и корреляционного анализа; выделить проблему, исследование которой может быть связано со статистическим анализом; определять генеральную совокупность и исследуемую случайную величину; формулировать математическую постановку задачи; собрать экспериментальный материал и формировать выборку; с учетом поставленной задачи, используя методы математической статистики, провести обработку и анализ данных.

Кроме того, практические контрольные задания предназначены для формирования навыков статистической обработки экспериментального материала; навыков моделирования на ЭВМ случайных величин; вычислительной техникой и программным обеспечением при выполнении статистических расчетов.

#### Описание методики оценивания:

Результаты практических контрольных заданий оцениваются в соответствии с рейтингом дисциплины.

#### Критерии оценки (в баллах)

- 8 баллов выставляется студенту, если оба задания выполнены верно, имеются необходимые пояснения;
- 5-7 баллов выставляется студенту, если одно задание выполнено верно с необходимыми пояснениями, а второе верно, но без пояснений;
- 1-4 баллов выставляется студенту, если выполнены оба задания без пояснений, либо имеется верное решение с пояснениями лишь одного задания, либо выполнено одно задание без необходимых пояснений;
- 0 баллов выставляется студенту, если оба задания решены неверно, либо студент их не выполнял.

#### Практическая работа №1

Задание 1. По выборкам выполнить следующие расчеты и задания: построить полигон (гистограмму), кумуляту и эмпирическую функцию распределения. Найти среднюю арифметическую, медиану, моду, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, начальные и центральные моменты  $k$  порядка ( $k = 1, 2, 3, 4$ ), коэффициент асимметрии и эксцесс. Ответы сформулировать, используя терминологию задач. Месячный доход жителей заданного региона (в руб.) представлен ниже, где  $n=1000$  жителей.

$x_i$	Менее 500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-2500	Свыше 2500
$n_i$	58	96	239	328	147	132

Задание 2. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки взято 130 из 2000 упаковок, содержащихся в партии, и получены следующие данные об их весе:

Вес упаковки (гр.)	Менее 975	975-1000	1000-1025	1025-1050	Более 1050	Всего
Число упаковок	6	38	44	34	8	130

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9901 заключен средний вес упаковки в партии; б) вероятность того, что доля упаковок, вес которых менее 1000 гр., во всей партии отличается от доли таких упаковок в выборке не более чем на 0,05 (по абсолютной величине); в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего веса упаковок во всей партии можно гарантировать с вероятностью 0,95.

### Практическая работа №2

Задание 1. На некотором предприятии, работающем в три смены, получены данные о проценте брака выпускаемой продукции в каждой из смен за семь последовательных дней (данные представлены в таблице). Проверить отсутствие влияния смены работающих на процент брака выпускаемой продукции.

Смена (уровни)	Результаты опытов, % брака						
	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
1	2,0	1,5	3,0	6,0	0,2	0	1,0
2	1,5	4,0	4,0	0	0	2,5	1,5
3	1,5	1,5	6,0	6,0	0	3,0	1,0

Задание 2. Распределение 120 служащих компании по сумме начислений на заработную плату, вызванной ростом производительности труда, X (у.е.) и потерями рабочего времени Y (у.е.) представлено в таблице:

$y \backslash x$	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13	Итого
20-30				3	7	10
30-40			3	12	4	19
40-50		1	13	15	2	31
50-60		3	17	5		25
60-70	4	12	3			19
70-80	3	10	3			16
Итого	7	26	39	35	13	120

Выполнить следующее: 1) вычислить групповые средние  $\bar{x}_j$  и  $\bar{y}_i$  и построить эмпирические линии регрессии; 2) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент потерь рабочего времени служащих, у которых сумма начислений на заработную плату, вызванную ростом производительности труда, равна 60 у.е.

*Перечень заданий для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2  
(индикатор достижения компетенции ПК-2.3)*

Описание лабораторной работы

Лабораторная работа предназначена для оценки уровня сформированности компетенции ПК-2 (индикатор достижения компетенции ПК-2.3) и направлена на формирование навыков статистической обработки экспериментального материала; навыков моделирования на ЭВМ случайных величин; вычислительной техникой и программным обеспечением при выполнении статистических расчетов.

Лабораторная работа – самостоятельное выполнение каждым обучающимся экспериментального задания. Каждым обучающимся осуществляется самостоятельная обработка эмпирических данных и представление результатов эксперимента в виде отчета по лабораторной работе в MathCad или в MS Excel. Образовательными целями экспериментального блока являются: формирование способности планировать и проводить обработку результатов эксперимента; формирование понятия о различиях в методах обработки эксперимента, необходимости верификации теоретических выводов, формирование способности владеть стохастическим аппаратом, анализировать полученные результаты; формирование способности проводить доказательства утверждений как составляющей когнитивной и коммуникативной функции; формирование умения представлять утверждения, доказательства, результаты при обработке результатов эксперимента, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и в устной формах; понимать и излагать учебную информацию и представлять результаты обработки эксперимента в рамках учебного процесса.

Описание методики оценивания:

Лабораторная работа проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Критериями оценки отчетов по лабораторным работам являются:

- 1) грамотное оформление отчета о результатах обработки экспериментальных данных, согласно установленным правилам и требованиям;
- 2) грамотное представление полученных результатов (решение по стохастическим моделям, анализ смысла полученных результатов) в MathCad и MS Excel
- 3) демонстрация культуры оформления и представления отчетной документации.

Обучающиеся должны отчитаться по лабораторной работе в конце лабораторного занятия преподавателю, который использует критериальную схему оценивания в соответствии с рейтинг-планом дисциплины.

**Критерии оценки (в баллах):**

- 4 балла выставляется студенту, если работа выполнена полностью, отчет содержит все необходимые пояснения к выполненному заданию;
- 3 балла выставляется студенту, если работа выполнена полностью, однако в отчете содержится неполные пояснения к выполненному заданию;
- 1-2 балла выставляется студенту, если при выполнении задания, либо в отчете допущены ошибки;
- 0 баллов выставляется студенту, если задание не выполнено или отчет не сдан.

### Лабораторная работа №1 «Табулирование данных»

**Задание 1.** Данные статистического ряда упорядочить (сортировать) и проранжировать.

**Задание 2.** Определить оптимальное количество интервалов, ширину интервалов, разбить ряд на интервалы, найти середину каждого интервала, частоту и частость показателей в интервалах, построить гистограмму и полигон распределения.

$x_i$	Варианты											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$x_1$	11	11	10	12	13	13	13	14	14	15	15	16
$x_2$	11	11	4,9	12	12	1	2	14	14	15	15	15
$x_3$	6	7	7	8	8	9	9	9	9,9	10	11	11
$x_4$	1,4	2	11	3	3	4	4	6	5	5	6	6
$x_5$	3	4	5	5	5	5	6	6	7	7	8	8
$x_6$	8	8	5	9	9	9,7	10,6	11	11	11	12	12
$x_7$	2	2	11	3,0	3	4	4	4,7	5	6	6	6
$x_8$	2	2,4	15	3	4	4	5	5	5	6	6	7
$x_9$	7,7	8	9	9	9	10	11	11	11,0	12	12	12
$x_{10}$	11	12	12	12	12,9	13	14	14,1	15	15	15,4	16
$x_{11}$	9	10	10	11	11	11	12	12	13	13	14	14
$x_{12}$	2	2	2	3	3	4	4	5	5	3	2	2
$x_{13}$	8	9	9	10	10	10	8	8	12	12	13	11
$x_{14}$	8	8,9	9	10	8	11	7	11	11,9	12	12,7	13
$x_{15}$	3	3	3,9	4	1	2	11	12	12	13	10	10
$x_{16}$		10	10	11	11	6	11	2		12	13	13
$x_{17}$			6	9	10	13	2				10	10
$x_{18}$				9	6	6						2

Рекомендации для выполнения лабораторной работы на компьютере:

- для нахождения ранга показателя использовать функцию в среде Excel *РАНГ*;



- для нахождения частоты показателей использовать функцию в среде Excel *ЧАСТОТА*.

## Лабораторная работа №2. «Графическое представление данных»

**Задание.** Работники 7 цехов машиностроительного завода отвечали на вопрос «В какой степени Вас устраивает Ваша теперешняя работа?». Ответы должны были даваться согласно следующим альтернативам:

- 1 - работой вполне доволен;
- 2 - скорее доволен, чем не доволен;
- 3 - трудно сказать, не знаю, безразлично;
- 4 - скорее недоволен, чем доволен;
- 5 - совершенно недоволен работой.

Распределение ответов представлено в таблице по вариантам. Подсчитать количество работников, участвующих в анкетировании по каждому цеху. Построить:

- обычную гистограмму распределения ответов, гистограмму с накоплением, нормированную гистограмму, отражающие распределения результатов по каждому цеху;
- круговую диаграмму по общему распределению ответов;
- диаграмму на выбор.

Цех	Вариант 1					Вариант 2					Вариант 3				
	Альтернативы ответов					Альтернативы ответов					Альтернативы ответов				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
№1	12	66	48	66	24	25	26	27	48	22	4	22	16	22	21
№2	60	42	72	72	50	32	62	62	72	14	20	14	24	24	17
№3	26	48	70	54	16	38	60	44	70	16	10	16	28	18	13
№4	48	60	54	54	38	50	44	44	54	20	16	20	18	18	12
№5	60	72	96	60	50	62	70	50	96	24	20	24	32	20	25
№6	42	63	84	55	32	53	74	45	84	21	14	21	28	20	12
№7	72	54	60	78	62	44	50	68	60	18	24	18	20	26	10

Рекомендации для выполнения лабораторной работы на компьютере:

- вышеперечисленные графики построить с помощью диалогового окна *Мастера диаграмм* в Excel.

## Лабораторная работа № 3. «Описательная статистика»

**Задание.** Для статистического ряда из практической работы №1 найти числовые характеристики: сумму показателей, среднее, максимальное и минимальное значения, медиану, моду, количество элементов больше среднего значения, дисперсию, стандартное отклонение, асимметрию и эксцесс.

Рекомендации для выполнения лабораторной работы на компьютере:

- числовые характеристики статистического ряда найти с использованием статистических функций диалогового окна *Мастер функций* в Excel;
- найти меры описательной статистики с использованием инструмента «Описательная статистика» встроенного пакета *Анализ данных* в Excel .

#### Лабораторная работа №4. «Корреляционный анализ»

**Задание для вариантов 1-6.** Выборке студентов предлагалось ответить на вопрос: «Какой уровень развития каждого из перечисленных качеств необходим для преподавателя вуза?». Оценка производилась по 10-бальной шкале. Параллельно с этим обследовалась выборка из преподавателей. Индивидуальная диагностика производилась по тому же набору личностных качеств, который предъявлялся выборке студентов.

В таблице представлены средние значения, полученные для каждого из качеств в выборке студентов («эталонный ряд»), и индивидуальные значения одного из преподавателей.

Определить, насколько индивидуальный профиль преподавателя Н-ва коррелирует с эталонным профилем.

**Данные для вариантов 1-6** ( $X_1$  – усредненные эталонные оценки,  $X_2$  – индивидуальные показатели преподавателя Н-ва):

№	Наименования качеств	Варианты											
		1		2		3		4		5		6	
		$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$
1	Профессионализм	9,45	8,45	9,55	8,55	7,16	8,65	9,75	8,75	9,85	9,85	9,95	6,8
2	Способность к творчеству	9,41	7,55	9,51	7,65	7,22	7,75	9,71	7,85	9,81	9,39	8,23	6,23
3	Умение общаться	8,99	9,45	9,09	9,55	7,32	9,65	9,29	9,75	9,39	8,85	8,99	7,85
4	Самокритичность	8,64	8,15	8,74	8,25	7,76	8,8	9,07	8,45	9,04	8,55	7,23	9,56
5	Выдержка	8,77	7,12	8,87	7,22	8,65	7,56	8,94	9,45	8,56	7,95	8,23	8,23
6	Общий уровень культуры	8,45	6,65	8,55	6,75	8,84	8,56	8,75	6,95	8,85	7,55	9,12	6,89
7	Энергия, активность	7,56	8,99	7,66	9,09	8,97	9,19	7,86	9,29	7,96	7,52	8,5	8,96

8	Гибкость поведения	7,12	7,12	7,22	7,22	9,19	7,32	7,42	7,42	7,52	7,52	8,6	9,25
9	Целеустремленность	7,02	6,3	7,12	6,4	9,61	6,5	7,32	7,5	7,42	7,05	9,5	9,45
10	Ответственность	6,96	7,15	7,06	7,25	9,65	7,35	7,26	7,45	7,36	6,7	7,1	8,11
11	Самокритичность	8,56	7,23	7,56	8,23	8,12	9,23	8,12	7,14	6,14	8,96	9,23	8,12
12	Порядочность	9,23	8,14	8,56	9,45	8,25	8,46	9,75	8,23	7,23	8,64	9,16	8,95

Рекомендации для выполнения лабораторных работ на компьютере:

- коэффициент корреляции Спирмена найти с использованием формул в Excel;
- коэффициент корреляции Пирсона найти с использованием статистической функции диалогового окна Мастер функций – *Пирсон*;
- найти коэффициент корреляции с использованием инструмента «Корреляция» встроенного пакета Анализ данных в Excel.

**Лабораторная работа №5. «Оценка достоверности различий между двумя выборками по уровню признака»**

**Задание для вариантов 1-6.** В исследовании изучалась проблема психологического барьера при устройстве на работу у выпускников технических и гуманитарных специальностей. В эксперименте участвовали  $n_1$  выпускников технических специальностей и  $n_2$  – гуманитарных. Испытуемые должны были оценить по 100 бальной шкале интенсивность внутреннего сопротивления, которое им приходится преодолеть, чтобы устроиться на работу. В таблице приведены показатели интенсивности сопротивления, выраженные в баллах.

Можно ли утверждать, что выпускникам гуманитарных специальностей приходится преодолевать субъективно более мощное сопротивление?

**Данные для вариантов 1-6** ( $X_1$  – данные по техническим специальностям,  $X_2$  – данные по гуманитарным специальностям):

$n_1,$ $n_2$	Варианты											
	1		2		3		4		5		6	
	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$
<b>1</b>	81	70	82	72	84	71	63	73	80	76	83	72
<b>2</b>	80	66	81	68	83	67	63	69	79	78	82	68
<b>3</b>	73	66	74	68	76	67	61	69	73	66	75	68
<b>4</b>	72	63	73	65	75	64	60	66	72	63	74	65

5	72	63	73	65	75	64	54	66	72	63	74	65
6	69	61	70	63	72	62	47	64	69	61	71	63
7	69	60	70	62	72	61	43	63	68	60	71	62
8	65	54	66	56	68	55	41	57	68	54	67	56
9	65	47	66	49	68	48	40	50	65	47	67	49
10	62	43	63	45	65	44	39	46	62	43	64	45
11	60	41	61	43	63	42	38	44	60	41	62	43
12	54	40	55	42	57	41	38	43	54	40	56	42
13	54	39	55	41	57	40	35	42	54	39	56	41
14	43	38	44	40	46	39	30	41	43	38	45	40
15	30	38	31	40	33	39	27	41	30	38	32	40
16	26	35	27	37	29	36	25	38	26	35	28	37
17	26	30	27	32		31		33	26	30		32
18		27	24	29		28		30		27		29
19		25		27		26		28		25		27
20		23		25		24		26		23		25
21		17		19		18		20		17		19
21		10		10		11		10		10		12
23		9		9				9		9		

Рекомендации для выполнения практических работ лабораторных на компьютере:

- при решении задачи использовать команду *Сортировка* в меню *Данные* в среде Excel.

### **Лабораторная работа №6 «Оценка достоверности расхождения или согласия распределений (критерий Пирсона)»**

**Задание.** Тест Мюнстерберга для измерения избирательности перцептивного понимания в адаптированном варианте М.Д. Дворяшиной (1976) предъявлялся студентам факультета психологии университета и артистам драматического театра. Материал методики состоит из бланка с набором букв русского алфавита, в случайном порядке перемежающихся. Среди этого фона скрыто 24 слова разной степени сложности: «факт», «хоккей», «любовь», «конкурс», «психиатрия» и т.п. Задача испытуемого – возможно быстрее отыскать их и подчеркнуть. Отличается ли от равномерного распределения распределение количества ошибок в выборке студентов? Совпадают ли распределения количества ошибок (пропусков слов) в двух выборках?

Разряды	1 вариант		2 вариант		3 вариант		4 вариант	
	Студ.	Арт.	Студ.	Арт.	Студ.	Арт.	Студ.	Арт.

0 пропусков	21	28	21	7	10	7	15	10
1 пропуск	20	36	20	6	20	6	20	8
2 пропуска	10	7	11	7	11	8	17	12
3-4 пропуска	12	18	12	6	10	6	10	9
5-6 пропусков	20	11	20	1	24	1	24	1
7-9 пропусков	23	5	23	5	23	5	23	5

Рекомендации для выполнения практических работ лабораторных на компьютере:

- эмпирическое значение критерия  $\chi^2$ -Пирсона находится с использованием формул в среде Excel;
- для подтверждения правильности расчетов эмпирического значения критерия  $\chi^2$  – Пирсона находят с помощью статистических функций в два шага:
  - 1) сначала используется статистическая функция ХИ2ТЕСТ, результатом которой будет вероятность для распределения Пирсона;
  - 2) вторым шагом используется статистическая функция ХИ2ОБР, результатом которой и будет эмпирическое значение  $\chi^2$  –Пирсона.

**Лабораторная работа №7 «Оценка достоверности расхождения или согласия распределений (критерий  $\lambda$ - Колмогорова-Смирнова)»**

**Задание.** Рассмотрим распределение красного цвета в 8-цветном тесте М. Люшера. Можно ли утверждать, что распределение красного цвета по 8-и позициям в выборке А у здоровых испытуемых отличается от равномерного распределения? Можно ли утверждать, что распределение красного цвета в выборке А и выборке В не различается?

Разряды - позиции цвета	1 вариант		2 вариант		3 вариант		4 вариант	
	А	В	А	В	А	В	А	В
1	22	98	10	92	12	50	12	19
2	25	100	15	98	12	10	14	10
3	13	116	16	116	21	60	11	34
4	8	87	25	82	8	10	6	10
5	15	91	12	91	6	10	4	10
6	10	112	8	112	8	112	5	12
7	9	97	14	97	14	97	10	97
8	8	86	9	86	9	10	9	10

Рекомендации для выполнения лабораторных работ на компьютере:

- эмпирическое значение критерия  $\lambda$  – Колмогорова-Смирнова находится с использованием формул в среде Excel.

### Лабораторная работа №8. «Многофункциональный критерий Фишера»

**Задание.** В выборке студентов факультета психологии Санкт-Петербургского университета с помощью «карандашного» теста определялось преобладание левого (количество А) или правого (количество В) глаза в прицельной способности глаз. Совпадают ли эти данные с результатами обследования 100 студентов медицинских специальностей, представленными в другом эксперименте?

	1 вариант		2 вариант		3 вариант		4 вариант		5 вариант		6 вариант	
	А	В	А	В	А	В	А	В	А	В	А	В
Студенты-психологи	6	8	8	6	5	8	19	25	16	18	7	8
Студенты медики	19	81	75	25	15	85	45	55	68	32	40	60

#### Рекомендации для выполнения лабораторных работ на компьютере:

эмпирическое значение критерия Фишера находится с использованием формул в среде MS Excel.

### Перечень вопросов для экзамена

*6 семестр*

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Случайное событие. Вероятность. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.
  1. Основные формулы комбинаторики.
  2. Аксиоматика теории вероятностей. Аксиомы теории вероятностей.
  3. Теоремы сложения вероятностей.
  4. Условная вероятность события. Теоремы умножения вероятностей. Независимые события.
  5. Повторение испытаний. Схема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
  6. Формула полной вероятности. Теорема гипотез (формула Байеса).
  7. Формула Пуассона.
  8. Случайные величины. Закон распределения. Ряд распределения дискретной случайной величины. Смешанная случайная величина.
  9. Системы случайных величин. Функция распределения.
  10. Непрерывная случайная величина. Плотность вероятностей и ее свойства.
  11. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.

12. Дисперсия. Свойства дисперсии.
13. Среднее квадратическое отклонение. Моменты. Асимметрия. Эксцесс.
14. Биномиальный закон распределения.
15. Закон распределения Пуассона.
16. Геометрический закон распределения. Гипергеометрическое распределение.
17. Равномерный закон распределения.
18. Показательный закон распределения.
19. Нормальный закон распределения.
20. Распределения случайных величин, представляющих функции нормальных величин.

### *7 семестр*

1. Системы случайных величин. Функция распределения.
2. Плотность распределения двумерной случайной величины.
3. Условные законы распределения.
4. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
5. Ковариация, коэффициент корреляции. Регрессия.
6. Числовые характеристики функций случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия.
7. Теоремы о числовых характеристиках функций случайных величин.
8. Законы распределения функций случайных величин. Функция одного и двух случайных аргументов.
9. Закон больших чисел. Лемма и неравенство Чебышева. Центральная предельная теорема.
10. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
11. Основные понятия выборочной теории. Генеральная совокупность. Выборка.
12. Вариационные ряды. Выборочный метод. Выборочные аналоги интегральной и дифференциальной функции.
13. Точечные оценки. Состоятельные, несмещенные, эффективные. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии.
14. Методы получения точечных оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов.
15. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
16. Интервальные оценки. Оценка биномиального распределения. Понятие доверительной области.
17. Статистическая проверка простых гипотез. Основные понятия и методы построения критериев. Критерий Неймана-Пирсона. Определение объема выборки.
18. Сложные параметрические гипотезы. Сравнение двух дисперсий.
19. Сравнение двух средних.
20. Проверка непараметрических гипотез. Критерий Колмогорова. Критерий «Хи-квадрат».
21. Критерий независимости. Критерий Спирмена. Критерий Пирсона.
22. Основы корреляционного анализа. Генеральное корреляционное отношение. Свойства.
23. Основы регрессионного анализа. Линейная функция регрессии. Коэффициенты корреляции и корреляционного отношения.
24. Поле корреляции. Выборочный коэффициент корреляции. Линейное уравнение регрессии.
25. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии.
26. Нелинейная функция регрессии. Анализ множественных связей. Множественная регрессия.

27. Основы дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
28. Двухфакторный дисперсионный анализ. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.

Экзаменационный билет состоит из теоретической и практической части. Теоретическая часть включает в себя два вопроса. Первый вопрос – из раздела «Теория вероятностей», второй вопрос – из раздела «Математическая статистика». Практическая часть билета предполагает решение расчетной задачи.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0-10 баллов** выставляется студенту, если он отказался от ответа или не смог ответить на вопросы билета, ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Образец экзаменационного билета:

**Стерлитамакский филиал федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
«Башкирский государственный университет»**

Кафедра: Математического моделирования

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика

Учебный год: 20\_ -20\_



## Билет № 1

1. Основные понятия теории вероятностей. Случайное событие. Вероятность. Статистическая вероятность.
2. Методы получения точечных оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Метод моментов.
3. Задача.

### Экзаменационные задачи

1. В ящике находятся 10 деталей: одна деталь изготовлена на первом станке; 3 детали изготовлены на втором станке; 6 деталей, изготовлены на третьем станке. Вероятность изготовления бракованных деталей на первом станке - 0,02; на втором станке - 0,03; на третьем станке - 0,04. Определить вероятность того, что взятая наугад из ящика деталь будет бракованная.

2. В студии телевидения пять телевизионных камер. Для каждой камеры вероятность того, что она включена равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включены две камеры; б) не менее четырёх камер; в) хотя бы одна камера.

3. Вероятность хотя бы одного попадания в цель в результате трёх выстрелов равна 0,973. Чему равна вероятность попадания в цель при одном выстреле?

4. При каком значении функция

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cx^2, & 0 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

является функцией распределения случайной величины  $X$ ?

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ .

5. Вероятность безотказной работы первого станка за смену равна 0,7; второго станка - 0,8; третьего станка - 0,9. Какова вероятность того, что за смену откажут не более двух станков?

6. В партии из десяти деталей семь стандартных. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу шести деталей пять - стандартных?

7. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Определить вероятность того, что при аварии будет получен сигнал, если вероятность срабатывания первого сигнализатора равна 0,9, а второго - 0,85.

8. Сколькими способами можно разделить 10 белых грибов, 15 подберезовиков, 8 подосиновиков между 4 ребятами?

9. Сколько натуральных чисел от 1 до 1000 не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5.

10. В лотерее 10 билетов, из которых 4 выигрышных. Какова вероятность, что выиграют два билета при покупке четырех билетов.

11. Вероятность того, что семя злака прорастет, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 100 семян прорастет ровно 95 семян.

12. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Найти вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .

13. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины  $X$ .

14. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

15. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность бесперебойной работы в течение одного месяца для первого станка равна 0,8; для второго – 0,9; для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течение одного месяца без остановки будут работать все станки.

16. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность бесперебойной работы в течение одного месяца для первого станка равна 0,8; для второго – 0,9; для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течение одного месяца без остановки будут работать только два станка.

17. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность бесперебойной работы в течение одного месяца для первого станка равна 0,8; для второго – 0,9; для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течение одного месяца без остановки будут работать хотя бы один станок.

18. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 3 бракованных, наудачу извлекают три изделия для контроля. Найти вероятность события, что в полученной выборке одно изделие бракованное.

19. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 330 раз, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,8.

20. Вероятность появления события  $A$  в каждом из 300 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие  $A$  появится от 210 до 225 раз.

21. На спартакиаду прибыло 20 спортсменов школы №1, 15 спортсменов школы №2 и 5 спортсменов школы №3. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для школы №1 – 0,8; для школы №2 – 0,6; для школы №3 – 0,9. Случайно вызывается один спортсмен. Какова вероятность того, что он выполнит норму?

22. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что из 100 посеянных семян взойдет ровно 96?

23. Дискретная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	-6	8	9	10
$p$	0,1	0,1	0,6	0,2

$Y$	-8	2
$p$	0,4	0,6

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $Z=2X+4Y$ .

24. Случайная величина  $X$  имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x < 2; \\ x - 7/4, & 2 \leq x < 11/4; \\ 1, & x \geq 11/4. \end{cases}$$

Найти а) плотность распределения  $f(x)$ , б) математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсию  $D(X)$ .

25. База снабжает 6 магазинов. От каждого из них может поступить заявка на данный день с вероятностью  $1/3$ . Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа заявок на базу на данный день.

26. Автоматизированную линию обслуживают 5 манипуляторов. При плановом осмотре их поочередно проверяют. Если характеристики проверяемого манипулятора не удовлетворяют техническим условиям, вся линия останавливается для переналадки. Вероятность того, что при проверке характеристики манипулятора окажутся неудовлетворительными, равна 0,3. Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа манипуляторов, проверенных до остановки линии.

27. В коробке имеются 7 карандашей, из которых 5 красных. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа красных карандашей в выборке.

28. Всхожесть семян первого, второго и третьего сорта некоторой культуры составляет соответственно 90%; 80% и 70%. Вычислить вероятность того, что из трех посеянных

разносортных семян этой культуры: а) взойдут все три; б) взойдет только одно; в) взойдет хотя бы одно.

29. Студент знает 25 из 30 вопросов экзамена. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить на 3 из 5 предложенных экзаменатором вопроса.

30. На спартакиаду прибыло 20 лыжников, 15 гимнастов, 5 шахматистов. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,8; для гимнаста – 0,6; для шахматиста – 0,9. Случайно вызывается один спортсмен. Какова вероятность того, что он выполнит норму?

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

#### Рейтинг-план дисциплины

##### 6 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Случайные события и их вероятность				48
Текущий контроль			0	24
Работа на практических занятиях	1	4	0	4
Самостоятельная работа №1	1	2	0	2
Самостоятельная работа №2	1	2	0	2
Контроль выполнения и отчетности по лабораторным работам	4	4	0	16
Рубежный контроль			0	24
Контрольная работа №1	4	4	0	16
Тестирование на интернет – тренажере по теме модуля	1	8	0	8
итого			0	48
Модуль 2. Случайные величины и их основные характеристики			0	52
Текущий контроль			0	26
Работа на	1	6	0	6

практических занятиях				
Контроль выполнения и отчетности по лабораторным работам	4	4	0	16
Самостоятельная работа №3	1	2	0	2
Самостоятельная работа №4	1	2	0	2
Рубежный контроль			0	26
Контрольная работа №2	2	8	0	16
Тестирование на интернет – тренажере по теме модуля	1	10	0	10
итого			0	100
Поощрительные баллы				10
1. Активная работа на аудиторных занятиях	-	-	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение лабораторных занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Зачет				
Итого			0	110

### 7 семестр

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 3. Вариационные ряды и их характеристики			0	35
Текущий контроль			0	20
Работа на практических занятиях	1	4	0	4
Контроль выполнения и	4	4	0	16

отчетности по лабораторным работам				
Рубежный контроль			0	15
Практическая работа №1	4	2	0	8
Тестирование на интернет – тренажере по теме модуля	1	7	0	7
итого			0	35
Модуль 4. Элементы регрессионно-корреляционного анализа			0	35
Текущий контроль			0	20
Работа на практических занятиях	1	6	0	6
Контроль выполнения и отчетности по лабораторным работам	4	4	0	16
Рубежный контроль			0	15
Практическая работа №2	4	2	0	8
Тестирование на интернет – тренажере по теме модуля	1	7	0	7
итого			0	70
Поощрительные баллы				
1. Активная работа на аудиторных занятиях	-	-	0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение лабораторных занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен				30
Итого			0	110

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл =  $k \times$  Максимальный балл,

где  $k = 0,2$  при уровне освоения «неудовлетворительно»,  $k = 0,4$  при уровне освоения «удовлетворительно»,  $k = 0,8$  при уровне освоения «хорошо» и  $k = 1$  при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На экзамене выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

На зачете выставляется оценка:

- зачтено - при накоплении от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- не зачтено - при накоплении от 0 до 59 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.