СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет *Естественнонаучный*
Кафедра *Общей и теоретической физики*

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина *Теоретическая механика; механика сплошных сред*

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.16.01

цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

03.03.02 *Физика*

код наименование направления

Программа

Медицинская физика

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2021 г.

Разработчик (составитель)
к.ф.-м.н., доцент
Зеленова М. А.
ученая степень, должность, ФИО

Стерлитамак 2022

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
1	2	3	4				5
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ОПК-2. Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;	ОПК-2.2. Использует физико-математический аппарат для разработки математических моделей явлений, процессов и объектов при решении задач в профессиональной деятельности	Обучающийся должен знать: экспериментальные основы теоретической механики и механики сплошных сред; основные положения теоретической механики и механики сплошных сред; уравнения Гамильтона как основное уравнение теоретической механики и свойства его решений;	не умеет применять уравнения Гамильтона для изучения свойств простейших микросистем; не умеют различать круг задач, которые можно решить только методами теоретической механики, от задач, решаемых на основе классической физики; не умеет строить полные системы уравнений,	плохо умеет применять уравнения Гамильтона для изучения свойств простейших микросистем; весьма плохо умеют различать круг задач, которые можно решить только методами теоретической механики, от задач, решаемых на основе классической физики; плохо умеет строить полные системы	с небольшими затруднениями умеет применять уравнения Гамильтона для изучения свойств простейших микросистем; не в полной мере умеют различать круг задач, которые можно решить только методами теоретической механики, от задач, решаемых на основе классической физики; умеет строить полные	умеет применять уравнения Гамильтона для изучения свойств простейших микросистем; умеет различать круг задач, которые можно решить только методами теоретической механики, от задач, решаемых на основе классической физики; умеет строить полные системы уравнений, описывающих	Решение задач у доски

		способы описания движения сплошной среды; основные характеристики напряженно-деформируемого состояния сплошной среды.	описывающих поведение конкретной среды, ставить для них краевые и начальные условия, выбирать метод решения поставленной задачи	уравнений, описывающих поведение конкретной среды, ставить для них краевые и начальные условия, выбирать метод решения поставленной задачи	системы уравнений, описывающих поведение конкретной среды, затрудняется ставить для них краевые и начальные условия, выбирать метод решения поставленной задачи	поведение конкретной среды, ставить для них краевые и начальные условия, выбирать метод решения поставленной задачи	
	ОПК-2.1. Разбирается в основных научных методах теоретического и эксперименталь ного исследования объектов, процессов и явлений	Обучающийся должен уметь: различать круг задач, которые можно решить только методами теоретической механики, от задач, решаемых на основе классической физики; строить полные системы уравнений, описывающих поведение конкретной	не знает уравнения Гамильтона как основное уравнение теоретической механики и свойства его решений; способы описания движения сплошной среды; основные характеристики напряженно-деформируемого	имеет представление о уравнениях Гамильтона как основное уравнение теоретической механики и свойства его решений; способах описания движения сплошной среды; основных характеристиках напряженно-	Знает с пробелами уравнения Гамильтона как основное уравнение теоретической механики и свойства его решений; способы описания движения сплошной среды; основные характеристики напряженно-	знает уравнения Гамильтона как основное уравнение теоретической механики и свойства его решений; способы описания движения сплошной среды; основные характеристики напряженно-деформируемого состояния	Устный опрос Коллокви ум

		среды, ставить для них краевые и начальные условия, выбирать метод решения поставленной задачи; применять уравнения Гамильтона для изучения свойств простейших микросистем.	состояния сплошной среды; не знает эксперименталь ные основы теоретической механики и механики сплошных сред; не знает основные положения теоретической механики и механики сплошных сред	деформируемого состояния сплошной среды; поверхностно знает эксперименталь ные основы теоретической механики и механики сплошных сред; знаком с основными положениями теоретической механики и механики сплошных сред	деформируемого состояния сплошной среды; не достаточно хорошо знает эксперименталь ные основы теоретической и прикладной механики и механики сплошных сред; не до конца знает основные положения теоретической механики и механики сплошных сред	сплошной среды; знает эксперименталь ные основы теоретической механики и механики сплошных сред; знает основные положения теоретической механики и механики сплошных сред	
	ОПК-2.3. Проводит эксперименты по заданной методике и анализирует их результаты	Обучающийся должен владеть: навыками составления математических моделей задач теоретической механики; способностью и заинтересованно стью использования в	не владеет навыками работы со справочной литературой и другими источниками информации; навыками оформления учебной документации;	частично владеет навыками работы со справочной литературой и другими источниками информации; навыками оформления учебной	владеет не в полной мере навыками работы со справочной литературой и другими источниками информации; навыками оформления учебной	владеет навыками работы со справочной литературой и другими источниками информации; навыками оформления учебной документации;	Домашня я контроль ная работа

		практической деятельности знаний закономерностей механики сплошной среды, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с проблемами механики сплошной среды; навыками работы со справочной литературой и другими источниками информации; навыками оформления учебной документации.	не владеют навыками составления математических моделей задач теоретической и прикладной механики оформления учебной документации; не владеет способностью и заинтересованностью использования в практической деятельности знаний закономерностей механики сплошной среды, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с	документации; частично владеют навыками составления математических моделей задач теоретической и прикладной механики, навыками оформления учебной документации; с большими трудностями владеет способностью и заинтересованностью использования в практической деятельности знаний закономерностей механики сплошной среды, самостоятельно изучать и понимать специальную	документации; не до конца владеют навыками составления математических моделей задач теоретической и прикладной механики, навыками оформления учебной документации; не в полной мере владеет способностью и заинтересованностью использования в практической деятельности знаний закономерностей механики сплошной среды, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую)	владеет навыками составления математических моделей задач теоретической механики; владеет способностью и заинтересованностью использования в практической деятельности знаний закономерностей механики сплошной среды, самостоятельно изучать и понимать специальную (отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с проблемами механики сплошной среды	

			проблемами механики сплошной среды	(отраслевую) научную и методическую литературу, связанную с проблемами механики сплошной среды	научную и методическую литературу, связанную с проблемами механики сплошной среды		

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень вопросов к устному опросу

Перечень вопросов для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-2** на этапе «Знания»

1. Сформулируйте законы Ньютона.
2. Что такое сила и масса?
3. Как измерить силу и массу?
4. Сформулируйте принцип относительности Галилея.
5. Сформулируйте принцип относительности Эйнштейна.
6. Сформулируйте принцип постоянства скорости света.
7. Напишите формулы преобразований Лоренца.
8. Напишите релятивистское уравнение движения.
9. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
10. Сформулируйте принцип суперпозиции.
11. Дайте определение работы.
12. Дайте определение потенциальной энергии.
13. Приведите примеры потенциальных сил.
14. Приведите примеры непотенциальных сил.
15. Что такое внутренние силы?
16. Что такое внешние силы?
17. Приведите примеры внутренних сил.
18. Приведите примеры внешних сил.
19. Что такое центр масс системы частиц?
20. Сформулируйте закон движения центра масс.
21. Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в механике Ньютона.
22. Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в теории относительности.
23. Что такое момент импульса и момент силы?
24. Сформулируйте теорему моментов и закон сохранения момента импульса.
25. Что такое момент инерции твердого тела?
26. Приведите примеры момента инерции твердого тела.
27. Сформулируйте теорему Гюйгенса – Штейнера.
28. Напишите формулы для импульса, момента импульса и кинетической энергии тела, совершающего плоское движение.
29. Что такое силы инерции? Приведите примеры.
30. Что такое связи в механике? Приведите примеры систем со связями и без связей.
31. Что такое число степеней свободы механической системы? Приведите примеры.
32. Что такое идеальные связи? Приведите примеры.
33. Что такое лагранжиан механической системы?
34. Запишите уравнения Лагранжа.

35. Что такое обобщенная сила и обобщенный импульс? Чем определяются их размерности? Приведите примеры.
36. Что такое гамильтониан консервативной механической системы? Запишите уравнения Гамильтона
37. Напишите уравнение гармонических колебаний.
38. Как найти частоту малых колебаний механической системы?
39. Приведите примеры колебательных систем с двумя степенями свободы.
40. Что такое нормальные колебания и нормальные координаты?
41. Основные понятия: система отсчета
42. Что такое событие в системе?
43. Что такое интервал?
44. Что такое мировая точка?
45. Что такое мировая линия?
46. Какие системы называются инерциальными?
47. Какие системы называются неинерциальными?
48. Изотропность пространства?
49. Основные постулаты СТО?
50. Принцип относительности скорости света?
51. Принцип постоянства скорости света?
52. Относительность пространственных и временных промежутков?
53. Синхронизация часов.
54. Пространственно-временные диаграммы.
55. Относительность одновременности.
56. Гиперболическая геометрия специальной теории относительности.
57. Преобразования Лоренца.
58. Различная запись преобразований Лоренца.
59. Собственное время.
60. Релятивистский закон сложения скоростей.
61. Следствия преобразований Лоренца.
62. Сокращение длин.
63. Замедление времени.

Перечень вопросов к коллоквиуму

Перечень вопросов для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-2** на этапе «Знания»

1. Прикладная и теоретическая механика: основные понятия и определения.
2. Статика. Силы и системы сил.
3. Основные аксиомы статики. Проекция силы на ось.
4. Свободное и несвободное твердое тело. Связи и реакции связей.
5. Система сходящихся сил. Условие равновесия.
6. Моменты силы относительно точки и оси. Их взаимосвязь.
7. Пара сил. Теория пар сил.
8. Приведение системы сил, произвольно расположенных на плоскости, к заданному центру. Главный вектор и главный момент.

9. Уравнения равновесия произвольной плоской и пространственной системы сил. Их основные формы.

10. Частные случаи приведения произвольной плоской и пространственной систем сил к некоторому центру.

11. Центр параллельных сил. Центр тяжести и центр масс. Способы определения центра тяжести. Статический момент площади плоской фигуры.

12. Кинематика: основные понятия и определения.

13. Векторный и координатный способы задания движения точки: скорость и ускорение.

14. Естественный способ задания движения точки. Частные случаи движения точки.

15. Сложное движение точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.

16. Простейшие виды движения твердого тела: поступательное и вращательное движение.

17. Плоскопараллельное движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей.

18. Динамика: основные понятия и определения.

19. Дифференциальные уравнения движения свободной и несвободной материальной точки.

20. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Силы внешние и внутренние.

21. Моменты инерции механической системы. Главные и главные центральные оси инерции.

22. Количество движения и импульс силы. Теоремы об изменении количества движения материальной точки и механической системы.

23. Закон сохранения количества движения материальной точки и механической системы. Теорема о движении центра масс механической системы.

24. Кинетический момент. Момент количества вращательного движения твердого тела.

25. Теорема об изменении главного момента количества движения системы. Закон сохранения главного момента количества движения системы. Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела.

26. Работа системы сил. Мощность силы.

27. Частные случаи определения работы сил.

28. Кинетическая энергия материальной точки и механической системы. Теорема об изменении кинетической энергии.

29. Потенциальная энергия. Силовое поле. Закон сохранения механической энергии.

30. Законы Галилея-Ньютона. Основное уравнение динамики.

31. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в инерциальной системе отсчета.

32. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на естественные оси координат.

33. Две основные задачи динамики материальной точки.

34. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки и механической системы.

35. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.

36. Число степеней свободы. Классификация связей. Возможные перемещения системы.

37. Принцип возможных перемещений. Принцип возможных мощностей.

38. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции.

39. Общее уравнение динамики. Идеальные связи. Виртуальная работа.

40. Обобщенные координаты, обобщенные скорости, число степеней свободы. Обобщенные силы.

41. Прямолинейные колебания материальной точки. Основные типы колебаний. Классификация сил.

42. Дифференциальное уравнение прямолинейных колебаний материальной точки. Амплитуда, период, частота и фаза колебаний. Резонанс.

43. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в неинерциальной системе отсчета. Переносная и кориолисова силы инерции.

44. Механическая система. Масса системы. Центр масс системы и его координаты.

45. Момент инерции твердого тела относительно плоскости, оси и полюса. Радиус инерции.

46. Теорема о движении центра масс механической системы. Закон сохранения центра масс.

47. Количество движения точки и системы. Теоремы об изменении количества движения точки и механической системы.

48. Теорема об изменении кинетического момента механической системы (относительно центра, оси, центра масс).

49. Кинетический момент вращающегося твердого тела относительно оси вращения. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси.

50. Элементарная работа силы. Работа силы тяжести, силы упругости, силы тяготения. Работа сил, приложенных к твердому телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси.

51. Вычисление кинетической энергии твердого тела в различных случаях его движения.

52. Уравнение Лагранжа 2-го рода. Обобщенные силы.

53. Кинетический потенциал. Уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативной системы.

54. Устойчивость равновесия твердого тела и механической системы. Теорема Лагранжа-Дирихле.

55. Законы сохранения момента импульса и энергии системы.

56. Теорема о вириале. Задача двух тел. Интегралы движения.

57. Рассеяние частиц. Углы рассеяния и импульсы частиц в системе центра масс и лабораторной системе. Эффективное сечение рассеяния, формула Резерфорда.

58. Движение в неинерциальных системах отсчёта.

59. Законы сохранения для систем со связями.

60. Уравнение Лагранжа в независимых координатах. Функция Лагранжа и энергия. Циклические координаты. Обобщённый потенциал.

61. Функция Лагранжа релятивистского заряда в электромагнитном поле.

62. Уравнения Лагранжа и принцип наименьшего действия. Преимущества вариационной концепции.

63. Законы сохранения и свойства симметрии пространства и времени.

64. Линейные колебания. Положение устойчивого равновесия.

65. Линейные колебания консервативных систем со многими степенями свободы. Нормальные координаты и нормальные колебания.

66. Колебания молекул. Связанные маятники.

67. Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс.

68. Динамика твёрдого тела. Углы Эйлера. Бесконечно малые повороты. Угловая скорость твёрдого тела.

69. Кинетический момент и кинетическая энергия твёрдого тела.

70. Тензор инерции и его свойства.

71. Момент импульса твёрдого тела. Свободные оси вращения.

72. Уравнения движения твёрдого тела. Плоскопараллельное движение.

73. Динамические уравнения Эйлера.

74. Свободное движение симметричного твёрдого тела.

75. Тяжёлый симметричный волчок с одной неподвижной точкой.

76. Движение относительно неинерциальных систем отсчёта. Уравнения движения. Силы инерции.

77. Гамильтонова форма динамики. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона.

78. Функция Гамильтона в релятивисткой механике.

79. Вывод уравнения Гамильтона из вариационного принципа.

80. Действие как функция координат. Канонические преобразования. Интегральные инварианты Пуанкаре.

81. Скобки Пуассона и их свойства. Теорема Пуассона.

82. Интегралы движения и свойства симметрии. Теорема Лиувилля.

83. Метод Гамильтона–Якоби. Уравнение Гамильтона–Якоби. Теорема Якоби.

84. Векторный способ задания движения точки. Определение скорости и ускорения точки при векторном способе задания движения.

85. Координатный способ задания движения точки. Определение скорости и ускорения точки при координатном способе задания движения.

86. Естественный способ задания движения точки. Естественные оси. Естественный трехгранник. Радиус кривизны, кривизна. Определение скорости и ускорения точки при естественном способе задания движения. Равномерное и равнопеременное криволинейное движение точки.

87. Поступательное движение твердого тела. Теорема о траекториях, ско-ростях и ускорениях точек твердого тела при поступательном движении.

88. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение в скалярной и векторной формах. Определение скорости и ускорения точки вращающегося тела в скалярной и векторной формах. Передача вращательного движения. Равномерное и равнопеременное вращение.

89. Плоскопараллельное движение твердого тела. Определение скорости точки через скорость полюса и скорость вращательного движения вокруг полюса. Определение ускорения точки тела через ускорение полюса и ускорение вращательного движения вокруг полюса. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела при плоскопараллельном движении. Теорема о независимости угловой скорости и углового ускорения от положения полюса.

90. Мгновенный центр скоростей (МЦС). Определение скоростей точек плоской фигуры с помощью МЦС. Способы определения положения МЦС.

91. Сложное движение точки. Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Определение ускорений Кориолиса.

92. Сложное движение твёрдого тела. Сложение поступательных движений. Сложение вращений вокруг параллельных осей. Сложение вращений вокруг пересекающихся осей. Сложение поступательного и вращательного движений.

93. Законы Ньютона. Инерциальная система отсчёта. Принцип независимости действия сил. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в векторной, координатной и естественной формах. Первая и вторая задачи динамики свободной материальной точки.

94. Прямолинейные свободные колебания материальной точки. Прямолинейные колебания с вязким сопротивлением. Прямолинейные вынужденные колебания с вязким сопротивлением. Резонанс.

95. Динамика относительного движения материальной точки. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея. Относительный покой. Относительный покой на земле. Сила тяжести. Относительное движение по земной поверхности.

96. Механическая система материальных точек. Силы внешние и внутренние. Теоремы о главном векторе и главном моменте внутренних сил механической системы. Дифференциальные уравнения движения механической системы.

97. Центр масс. Осевые моменты инерции. Радиус инерции. Теорема Гюйгенса-Штейнера о моментах инерции относительно параллельных осей. Вывод формул для осевых моментов инерции кольца, диска, стержня. Центробежные моменты инерции.

98. Теорема о движении центра масс, Законы сохранения движения центра масс.

99. Количество движения материальной точки. Импульс силы. Главный вектор количества движения системы и его определение через скорость центра масс. Теоремы об изменении количества движения в дифференциальной и интегральной формах. Законы сохранения количества движения.

100. Момент количества движения (кинетический момент) материальной точки и механической системы относительно центра и оси. Кинетический момент твердого тела, вращающегося относительно неподвижной оси. Теоремы об изменении кинетического момента относительно центра и оси. Законы сохранения кинетического момента.

101. Работа и мощность силы. Формулы для элементарной работы. Работа на конечном перемещении. Потенциальное силовое поле. Работа потенциальных сил. Потенциальная энергия. Работа силы тяжести при перемещении материальной точки и механической системы. Работа силы упругости. Работа момента силы

102. Кинетическая энергия материальной точки и механической системы. Кинетическая энергия твердого тела при поступательном, вращательном и

плоскопараллельном движениях. Теоремы об изменении кинетической энергии в дифференциальной и интегральной формах. Закон сохранения полной механической энергии.

103. Дифференциальные уравнения движения твёрдого тела при поступательном, вращательном и плоскопараллельном движениях.

104. Сила инерции. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Метод кинетостатики. Уравнения кинетостатики. Главный вектор и главный момент сил инерции. Определение главного вектор и главного момента сил инерции твердого тела при поступательном, вращательном и плоскопараллельном движениях.

105. Связи, классификация связей. Возможные перемещения механической системы. Число степеней свободы. Возможная работа. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений.

106. Общее уравнение динамики (принцип Даламбера – Лагранжа).

107. Обобщенные координаты и обобщенные скорости. Обобщенные силы. Условия равновесия в обобщенных силах. Выражение обобщенных сил и условий равновесия через потенциальную энергию

108. Основные понятия: система отсчета, событие, интервал, мировая точка, мировая линия. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.

109. Изотропность пространства. Основные постулаты СТО: принцип относительности, принцип постоянства скорости света.

110. Относительность пространственных и временных промежутков. Синхронизация часов.

111. Пространственно-временные диаграммы. Относительность одновременности.

112. Гиперболическая геометрия специальной теории относительности.

113. Преобразования Лоренца. Различная запись преобразований Лоренца.

114. Собственное время.

115. Релятивистский закон сложения скоростей.

116. Следствия преобразований Лоренца. Сокращение длин. Замедление времени.

Перечень задач для решения у доски

Перечень вопросов для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-2** на этапе «Умения»

1. Точка движется в плоскости так, что угол между ее вектором скорости и радиус-вектором все время остается постоянным и равным α. Найти уравнение траектории точки.

2. Заяц бежит по прямой со скоростью v_1. Его начинает преследовать со скоростью v_2 собака, которая в ходе погони всегда бежит в направлении строго на зайца. В начальный момент времени расстояние между ними равно a и направления их движения ортогональны. Найти уравнение траектории собаки в системе отсчета, связанной с зайцем.

3. Точка движется по эллиптической орбите вокруг некоторого притягивающего силового центра, находящегося в одном из фокусов эллипса, с постоянной относительно него секторной скоростью σ_0. Параметр эллипса p, его эксцентриситет ε. Определить величину угловой скорости точки в перигелии.

4. Точка движется по поверхности сферы так, что угол между вектором ее скорости и меридианом составляет постоянный угол α. Найти уравнение траектории точки.

5. Точка движется по кардиоиде $\rho = 2a\cos^2\dfrac{\varphi}{2}$ с постоянной по величине скоростью v. Найти скорость точки и ее ускорение как функции ρ.

6. Точка движется по эллипсу $\left(\dfrac{x}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{b}\right)^2 = 1$ с ускорением, параллельным оси y. Найти ускорение точки как функцию координат, если $\boldsymbol{r}(t=0) = b\,\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{v}(t=0) = v_0\,\boldsymbol{e}_x$.

7. Точка движется в плоскости так, что её радиальная и трансверсальная компоненты скорости зависят от r следующим образом: $v_r = \dfrac{b}{r^2}$, $v_\varphi = \dfrac{1}{ar}$. Найти уравнение траектории точки.

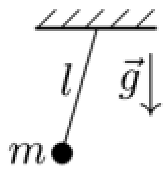
8. Точка движется по спирали $\rho = ae^{\varphi}$ так, что радиальная составляющая ее ускорения равна нулю. Доказать, что абсолютные величины скорости и ускорения точки пропорциональны ρ. Известно, что $\dot{\varphi}(t=0) = \omega$.

9. Записать лагранжиан и уравнения Лагранжа для материальной точки, движущейся в заданном потенциальном поле $U(\boldsymbol{r}, t)$, выбирая в качестве обобщенных координат: а) декартовые, б) цилиндрические, в) сферические. В каждом случае выбора обобщенных координат построить компоненты обобщенной силы.

10. Записать лагранжиан и уравнения Лагранжа для материальной точки, движущейся в заданном потенциальном поле $U(\boldsymbol{r}, t)$, выбирая в качестве обобщенных координат эллиптические координаты (u, v):

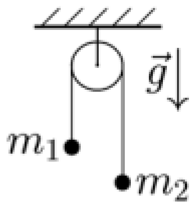
$$x = a \operatorname{ch} u \cos v, \quad y = a \operatorname{sh} u \sin v \quad (a = \mathrm{const}).$$

11. Построить лагранжиан математического маятника массой m с длиной нити l, движущегося в однородном и постоянном поле тяжести $\boldsymbol{g}$ под

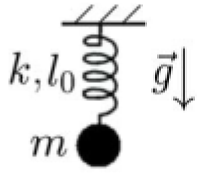


действием силы сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{сопр}} = -\beta \boldsymbol{v}$. Записать уравнение Лагранжа.

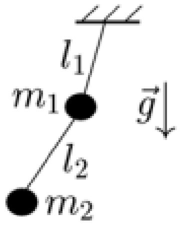
12. Построить лагранжиан и уравнение Лагранжа для двух бусинок массами m_1 и m_2, связанных невесомой и нерастяжимой нитью и движущихся в однородном и постоянном поле тяжести $\boldsymbol{g}$, испытывая действие силы сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{сопр}} = -\beta \boldsymbol{v}$.



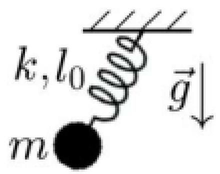
13. Построить лагранжиан и уравнение Лагранжа вертикального пружинного маятника массой m с жесткостью пружины k, движущегося в однородном и постоянном поле тяжести $\boldsymbol{g}$ под действием силы сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{сопр}} = -\beta \boldsymbol{v}$. Длина недеформированной пружины l_0.



14. Построить лагранжиан двойного математического маятника, совершающего плоские колебания в однородном и постоянном вертикальном поле тяжести $\boldsymbol{g}$. Массы шариков m_1 и m_2, длины невесомых и нерастяжимых нитей l_1 и l_2.



15. Построить лагранжиан пружинного маятника массой m с жесткостью пружины k, совершающего плоские колебания в однородном поле тяжести $\boldsymbol{g}$. Длина недеформированной пружины l_0.



16. Система описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = e^{\beta t/m}\left(\frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x)\right).$$

Показать, что ее уравнение движения совпадает с уравнением одномерного движения частицы массы m в потенциальном поле $U(x)$ под действием силы сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{тр}} = -\beta \boldsymbol{v}$.

17. Бусинка массой m нанизана на полукольцо радиуса R, расположенное в вертикальной плоскости, и прикреплена к двум одинаковым пружинам жесткостью k каждая. Система находится в вертикальном поле тяжести $\boldsymbol{g}$. При движении бусинка испытывает действие силы сопротивления $\boldsymbol{F}_{\text{сопр}} = -\beta \boldsymbol{v}$. Построить лагранжиан системы. Записать уравнение движения.

18. Показать, что уравнение движения одномерного осциллятора с лагранжианом
$$\mathcal{L} = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$$
при наличии силы вязкого трения $\boldsymbol{F}_{\text{тр}} = -\beta \boldsymbol{v}$ совпадает с уравнением движения системы без диссипаций с лагранжианом
$$\mathcal{L} = e^{\beta t/m}\left[\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{\beta x \dot{x}}{2} - \frac{1}{2}\left(k - \frac{\beta^2}{2m}\right)x^2\right].$$

19. Частица массой m движется в поле тяжести по кривой $y = a/x + bx$ ($a > 0$, $b > 0$), расположенной в вертикальной плоскости ($\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_y$). Записать лагранжиан и уравнения Лагранжа. Найти закон движения в квадратурах.

20. Построить выражение для обобщенной энергии и уравнение движения для одномерной системы, описываемой лагранжианом
$$\mathcal{L} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + a\,e^{-\gamma t}\left(\dot{x} - \gamma x\right) - \frac{kx^2}{2} \qquad (a, \gamma = \text{const}).$$
Найти, если возможно, интегралы движения.

21. Построить выражение для обобщенной энергии и уравнение движения для одномерной системы, описываемой лагранжианом
$$\mathcal{L} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + a\left(\dot{x}\sin\Omega t + x\Omega\cos\Omega t\right) - \frac{kx^2}{2} \qquad (\Omega = \text{const}).$$
Найти, если возможно, интегралы движения.

22. Найти закон движения в квадратурах для системы с лагранжианом ($b = \mathrm{const}$)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Big(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\Big) + b\dot{y}\sin x - \frac{1}{2}\,\omega_0^2 x^2.$$

23. Материальная точка массой m движется по сфере радиуса R в поле силы тяжести $\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_z$. Найти интегралы движения и закон движения точки в квадратурах. В качестве обобщенных использовать сферические координаты.

24. Материальная точка массой m движется по поверхности параболоида $az = x^2 + y^2$ ($a = \mathrm{const}$) в постоянном и однородном поле тяжести $\boldsymbol{g} = -g\,\boldsymbol{e}_z$. Записать лагранжиан и найти закон движения точки в квадратурах.

25. Частица массой m движется в потенциальном поле

$$U(x) = \begin{cases} -U_0 + kx^2, & x > 0, \\ \infty, & x < 0 \end{cases} \qquad (U_0, k > 0)$$

с энергией E. Каков период движения частицы?

26. Найти период одномерного финитного движения частицы массой m в потенциале

$$U(x) = -\frac{a}{x^2}, \quad (a > 0).$$

27. Найти период колебаний частицы массой m в потенциальном поле

$$U(x) = -\frac{a}{|x| + b}, \quad (a, b > 0).$$

28. Найти время падения частицы массой m в центр поля

$$U(r) = -\frac{b}{r^2}, \quad b > 0,$$

с расстояния R из состояния покоя, при условии $L^2/2m < b$, $E > 0$.

29. Найти уравнение траектории частицы массой m в центральном поле

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r}, \quad \alpha > 0.$$

Рассмотреть случаи, соответствующие всем возможным значениям энергии E частицы.

30. Найти уравнение траектории частицы массой m в центральном поле

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r}, \quad \alpha < 0.$$

Рассмотреть случаи, соответствующие всем возможным значениям энергии E частицы.

31. Частица массой m движется в поле

$$U(r) = \frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^2}, \quad \alpha, \beta > 0.$$

При каких значениях энергии E и момента импульса L возможно инфинитное движение частицы с падением на силовой центр?

32. Найти уравнение траектории частицы массой m с энергией $E < 0$ и моментом импульса L при движении в центральном поле

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r^2}, \quad \alpha > 0.$$

при условии падения частицы на центр.

33. Найти уравнение траектории финитного движения частицы массой m в центральном поле

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}, \quad \alpha, \beta > 0.$$

34. Частица массой m с энергией E упруго рассеивается на шаре радиуса R. Найти дифференциальное и полное сечение рассеяния.

35. Найти дифференциальное сечение рассеяния частиц, скорость которых до рассеяния параллельна оси x, на гладкой упругой поверхности, образованной вращением графика функции

$$y = f(x) = b \sin \frac{x}{a}, \quad 0 \le x < \pi a, \quad (a, b > 0)$$

вокруг оси x.

36. Найти дифференциальное сечение рассеяния частиц, скорость которых до рассеяния параллельна оси x, на гладкой упругой поверхности, образованной вращением графика функции

$$y = f(x) = a - \frac{b}{x^2}, \quad \sqrt{\frac{b}{a}} \le x < \infty, \quad (a, b > 0)$$

вокруг оси x.

37. Найти сечение падения на центр для частиц массой m, движущихся в потенциале

$$U(r) = \frac{\alpha}{r^2} - \frac{\beta}{r^4}$$

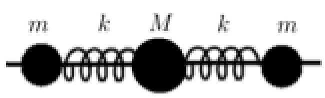
с энергией E.

38. Найти собственные частоты системы с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \dot{x}^2 + \frac{5}{2}\dot{y}^2 + 3\,\dot{x}\dot{y} - \frac{5}{2}x^2 - 4y^2 - 6xy.$$

39. Найти закон малых колебаний бусинки массой m, надетой на гладкую спицу, изогнутой в виде параболы $y = ax^2$ $(a > 0)$, находящейся в вертикальной плоскости, в однородном поле тяжести $\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_y$ при начальных условиях $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$.

40. Найти закон малых линейных колебаний трех бусинок массами m, M и m, связанных двумя одинаковыми пружинами жесткостью k каждая и нанизанных на гладкую горизонтальную спицу.



41. Найти закон малых колебаний системы с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(6\dot{q}_1^2 + 11\dot{q}_2^2 + 22\dot{q}_3^2 + 12\dot{q}_1\dot{q}_2 + 22\dot{q}_1\dot{q}_3 + 28\dot{q}_2\dot{q}_3\right) - $$
$$-\frac{1}{2}\left(9q_1^2 + 38q_2^2 + 49q_3^2 + 30q_1q_2 + 40q_1q_3 + 82q_2q_3\right).$$

42. Колебательная система описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\,\dot{q}_2 + \dot{q}_2^2\right) - \ln\left(q_1q_2\right) - \frac{1}{q_1q_2} - \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2}.$$

Найти закон малых линейных колебаний, возможных в такой системе.

43. Найти закон малых колебаний системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2 + \frac{5}{2}\,\dot{q}_2^2 - 3\left(q_1^2 + 2q_1q_2 + 3q_2^2\right)$$

при заданных начальных условиях: $q_1(0) = q_2(0) = 0$, $\dot{q}_1(0) = 0$, $\dot{q}_2(0) = 3$.

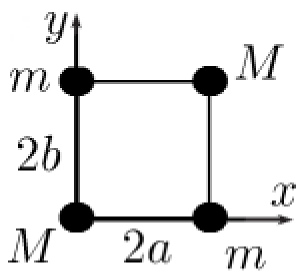
44. Найти закон малых колебаний бусинки массой m, надетой на гладкую спицу, изогнутой в виде параболы $y = ax^2$ $(a > 0)$, находящейся в вертикальной плоскости, в однородном поле тяжести $\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_y$ при условии, что на бусинку действует внешняя переменная сила $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{e}_x\,F_0 \sin\omega_0 t$.

45. Два грузика массами m и $2m$, связанные пружинками жесткостями k, k и $2k$, могут двигаться вдоль прямой в горизонтальной плоскости. Левая стенка совершает колебания в соответствии с законом $x_{\text{ст}}(t) = A\cos\omega_0 t$. Найти закон малых вынужденных колебаний системы.

46. Найти нормальные координаты системы, описываемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = m\left(\frac{1}{2}\dot{x}_1^2 + \dot{x}_1\dot{x}_2 + \dot{x}_2^2\right) - \frac{1}{2}k\,x_1^2 - \frac{1}{2}k\,x_2^2 - k\,x_1\,x_2.$$

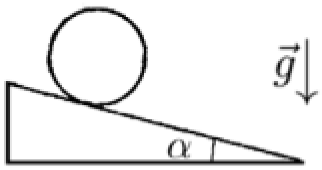
47. Найти главные оси инерции и главные моменты инерции системы, состоящей из точечных масс m и M, расположенных в вершинах прямоугольника со сторонами $2a$ и $2b$.



48. Определить моменты инерции однородного параболоида вращения высотой h и радиусом a плоской поверхности в системе координат с началом в центре масс.

49. Найти минимальную скорость катящегося диска, при которой его движение является устойчивым. Масса диска m, его радиус R, а главные моменты инерции $J_1 = J_2 = J_0$ и $J_3 = J$.

50. Диск массой m и радиусом R скатывается без проскальзывания по наклонной плоскости. Записать лагранжиан диска. Найти закон его движения.



51. Построить гамильтониан системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2\right) - U(r).$$

52. Построить гамильтониан системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = -mc^2\sqrt{1-\frac{\dot{\boldsymbol{r}}^2}{c^2}} + \frac{e}{c}\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)\cdot\dot{\boldsymbol{r}} - e\varphi(\boldsymbol{r},t).$$

53. Шарик массой m и зарядом q подвешен на нити длиной l и совершает колебания в вертикальной плоскости в однородном поле тяжести $\boldsymbol{g}$ и слабом горизонтальном электрическом поле $\boldsymbol{E}$. Построить гамильтониан шарика. Записать уравнения Гамильтона.

54. Лагранжиан математического маятника имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\,m\dot{\varphi}^2 - m\omega^2\Big(1-\cos\varphi\Big).$$

Построить гамильтониан маятника, выбирая в качестве обобщенной координаты

$$x = 2\sin\frac{\varphi}{2}.$$

55. Вычислить скобки Пуассона а) $\{p_k, F(q)\}$, б) $\{q_k, F(p)\}$.

56. Вычислить скобку Пуассона $\left\{L_i, \boldsymbol{r}^{\,2}\right\}$.

57. Вычислить скобку Пуассона $\left\{L_i, \boldsymbol{p}^{\,2}\right\}$

58. Вычислить скобку Пуассона $\{L_i, \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}\}$.

59. Показать путем вычисления скобки Пуассона $\{L_z, H\}$, что компонента L_z момента импульса частицы, движущейся в центральном поле, является интегралом движения. Гамильтониан частицы

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_z^2+p_y^2+p_z^2\right) + U\Big(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\Big).$$

60. Найти закон движения в квадратурах для системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\Big(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2\Big) - \frac{a\cos\varphi}{\rho^2} \quad (a = \text{const}).$$

61. Частица в центральном поле $U(r)$ в сферических координатах описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2\right) - U(r).$$

Найти закон движения частицы в квадратурах.

62. Найти закон движения в квадратурах для системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2\right) - \frac{a\cos\varphi}{\rho^2} \quad (a = \mathrm{const}).$$

63. Система описывается гамильтонианом

$$H = \frac{p_3^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_3^2}{2} + a\,\frac{p_1^2}{2}\left(\frac{p_2^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_2^2}{2}\right) + b\left(\frac{p_2^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_2^2}{2}\right)\left(\frac{p_3^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_3^2}{2}\right).$$

Найти закон движения системы явно $(a, b = \mathrm{const})$.

64. Система описывается гамильтонианом

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 q_1^2}{2}\left(\frac{p_2^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 q_2^2}{2}\right).$$

Найти закон движения системы.

65. Методом Гамильтона–Якоби найти закон движения в квадратурах для системы, которая описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2\right) - \frac{a\cos\varphi}{\rho^2} \quad (a = \mathrm{const}).$$

66. Система описывается гамильтонианом

$$H = \frac{p_1^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_1^2}{2} + \frac{p_2^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_2^2}{2} + \lambda\left(\frac{p_1^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_1^2}{2}\right)\sin\left(\frac{p_2^2}{2} + \frac{\omega_0^2 q_2^2}{2}\right).$$

Методом Гамильтона–Якоби найти закон движения системы явно $(\lambda = \mathrm{const})$.

67. Методом Гамильтона–Якоби найти закон движения системы, описываемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 \sin q_2\right) - \frac{1}{2}\left(q_1^2 + q_2^2\right).$$

68. Методом Гамильтона–Якоби найти закон движения системы с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{q}_1^2}{q_2^2} + \frac{1}{4}\,\dot{q}_2^2 \operatorname{ctg} q_2 + \dot{q}_3^2 - q_1^2\, q_2^2\, \sin q_1.$$

69. Пуля, летящая со скоростью v относительно камеры и имеющая в своей системе покоя длину b, сфотографирована с большого расстояния. За пулей параллельно ее траектории расположен метровый стержень, покоящийся относительно камеры. Направление на камеру составляет угол α с направлением скорости пули. Чему равна кажущаяся длина пули, измеренная по снимку?

70. Доказать, что 4-ускорение наблюдателя $du^{\alpha}/d\tau$ имеет лишь 3 независимые компоненты. Вывести соотношения, связывающие эти 3 компоненты с тремя компонентами обычного ускорения, которое наблюдатель измерил бы ньютоновским акселерометром в своей локальной системе отсчета.

71. Зеркало движется параллельно своей плоскости. Доказать, что угол падения фотона равен его углу отражения.

72. Двигатели ракеты создают постоянное ускорение g (относительно мгновенно сопутствующей ракете инерциальной системы отсчета). Ракета стартует из состояния покоя вблизи поверхности Земли. Как далеко улетит ракета от Земли (расстояние измеряется в земной системе отсчета) за 40 земных лет? Как далеко она улетит за 40 лет, измеряемых в системе отсчета, связанной с ракетой?

73. Доказать, что площадь поперечного сечения параллельного пучка света инвариантна относительно преобразований Лоренца.

74. На концы бесконечно тонкого стержня длины $2a$ насажены точечные массы m. Центр стержня закреплен неподвижно в лабораторной системе отсчета, а сам стержень вращается вокруг центра с релятивистской угловой скоростью ω (последнее означает, что линейная скорость ωl концов стержня сравнима с c). Масса стержня равна нулю. Найти тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}$ для стержня и точечных масс.

75. Черная сфера, изготовленная из теплопроводящего материала и снабженная термометром, движется со скоростью v через поле излучения абсолютно черного тела с температурой T_0. Что показывает термометр?

76. Доказать, что тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}$ обладает времениподобным собственным вектором в том и только в том случае, если физический наблюдатель ни в одном направлении не обнаруживает нескомпенсированного потока энергии. Какой физический смысл имеет собственный вектор тензора энергии-импульса?

77. Дано поле скоростей $\vec{v}(\vec{x},t) = x_1^2 t\vec{e}_1 + x_2 t^2 \vec{e}_2 + x_1 x_3 t\vec{e}_3$. Определить ускорение частицы в момент $t = 1$ в точке $(1,\ 3,\ 2)$.

78. Доказать, что для поля скоростей $v_1 = x_1^2 x_2 + x_2^3$, $v_2 = -x_1^3 - x_1 x_2^2$, $v_3 = 0$ линии тока будут окружностями.

79. Показать, что поле скоростей $v_i = Ax_i \Big/ (x_j x_j)^{3/2}$ удовлетворяет уравнению непрерывности несжимаемой жидкости $v_{i,i} = 0$.

80. Рассматривается одномерное (вдоль оси OX) течение идеальной жидкости, заданное полем скоростей $v_x(x,t) = v(t)$, зависящим только от времени. Начальная плотность $\rho(x,0) = \rho_0(x)$. Найти плотность в момент времени $t > 0$.

81. Пусть поле скоростей совершающей одномерное движение идеальной жидкости стационарно $v(x,t) = v(x)$. Найти плотность $\rho(x)$.

82. Дано поле скоростей несжимаемой жидкости $v_1 = A(x_1^2 - x_2^2)/r^4$, $v_2 = A(2x_1 x_2)/r^4$, $v_3 = 0$, где $r^2 = x_1^2 + x_2^2$. Доказать, что оно удовлетворяет уравнению непрерывности.

83. Дано поле скоростей $v_1 = 4x_3 - 3x_2$, $v_2 = 3x_1$, $v_3 = -4x_1$. Доказать, что оно соответствует вращению абсолютно твердого тела. Найти вектор угловой скорости.

84. Двумерное (в плоскости XOY) нестационарное течение жидкости характеризуется полем скоростей $\vec{v} = (Bt/r)\vec{e}_r$. Определить ускорение частиц жидкости, движущихся по оси OX.

85. Найти циркуляцию скорости по контуру квадрата $x_1 = \pm 1$, $x_2 = \pm 1$, $x_3 = 0$ в двумерном течении с полем скоростей $\vec{v} = (x_1 + x_2)\vec{e}_1 + (x_1^2 - x_2)\vec{e}_2$.

86. Течение задано полем скоростей $v_1 = 0$, $v_2 = A(x_1 x_2 - x_3^2)$, $v_3 = A(x_2^2 - x_1 x_3)$. Найти тензор завихрённости в точке $P(1,0,3)$.

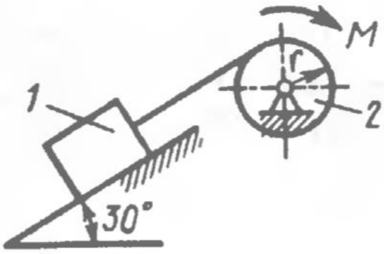
87. Найти потенциал скоростей стационарного однородного плоскопараллельного потока.

88. Несжимаемая идеальная жидкость обтекает шар радиусом a. Потенциал скоростей жидкости $\phi(\vec{r}) = -Ax/r^3 - Bx$. Показать, что вне шара он удовлетворяет уравнению Лапласа. Постоянные A и B найти из граничного условия на бесконечности.

89. Жидкость, уравнение состояния которой имеет вид $p = \lambda\rho^k$, находится в однородном поле тяжести. Найти глубину, на которой давление будет в N раз превышать атмосферное.

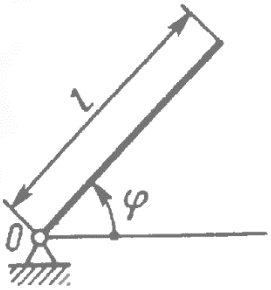
90. Широкий сосуд с несжимаемой жидкостью движется с постоянным ускорением $\vec{a} = a_x\vec{e}_x + a_z\vec{e}_z$ в однородном поле тяжести $\vec{g} = -g\vec{e}_z$. Найти наклон свободной поверхности жидкости.

18.3.2



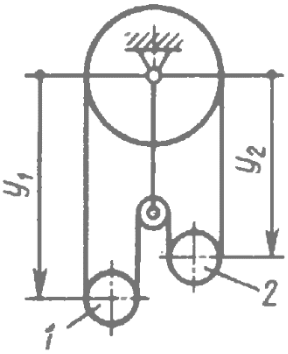
Определить момент M пары сил, который необходимо приложить к барабану 2 радиуса $r = 20$ см для равномерного подъема груза 1 весом 200 Н. (20)

20.2.2



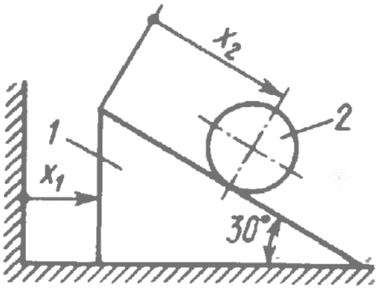
Однородный стержень длиной $l = 3$ м и массой $m = 30$ кг вращается в вертикальной плоскости. Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате φ, в момент времени, когда угол $\varphi = 45°$. (–312)

20.2.10



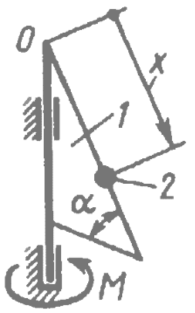
Трос охватывает цилиндры 1 и 2 массой $m_1 = 24$ кг и $m_2 = 16$ кг. Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате y_2. (–78,5)

20.3.10



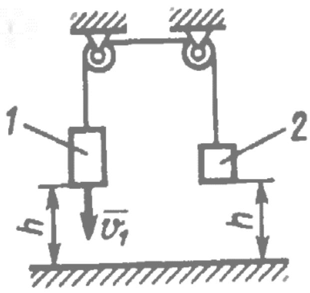
Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате x_2, если заданы массы тел $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 2$ кг. (9,81)

20.3.12



Пара сил с постоянным моментом $M = 1$ Н · м вращает треугольную пластину 1 с углом $\alpha = 60°$. Точка 2 массой $m = 0{,}1$ кг движется по стороне пластины. Определить обобщенную силу, соответствующую координате x. (0,850)

20.4.10



Определить кинетический потенциал тел 1 и 2, массы которых $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 5$ кг. Скорость $v_1 = 3$ м/с и оба тела находятся на высоте $h = 2$ м над горизонтальной поверхностью, на которой потенциальная энергия тел принимается $\Pi_0 = 0$. (–227)

20.5.10

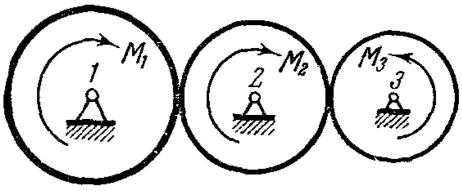
Кинетическая энергия механической системы $T = 1{,}5\dot{s}^2$, потенциальная энергия $\Pi = 150s^2$. Определить ускорение $\ddot{s}$ в момент времени, когда координата $s = 0{,}01$ м. (–1)

20.6.10

Кинетическая $T = 6\dot{x}^2 + 8\dot{y}^2 + 10\dot{z}^2$ и потенциальная $\Pi = -(6x + 8y + 10z)$ энергии механической системы выражены соответственно через обобщенные скорости $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ и обобщенные координаты x, y, z. Определить ускорение $\ddot{z}$. (0,5)

48.1 (1179). Передача вращения между двумя взаимно перпендикулярными и пересекающимися валами осуществляется двумя коническими зубчатыми колесами, имеющими соответственно z_1 и z_2 зубцов; моменты инерции валов с насаженными на них колесами соответственно равны J_1 и J_2. Определить угловое ускорение первого вала, если на него действует вращающий момент M_1, а на другой вал — момент сопротивления M_2. Трением в подшипниках пренебречь.

48.2 (1180). В зацеплении, показанном на чертеже, колесо *1* приводится в движение моментом M_1, к колесу *2* приложен момент сопротивления M_2 и к колесу *3* — момент сопротивления M_3. Найти угловое ускорение первого колеса, считая колеса однородными дисками, массы которых m_1, m_2, m_3 и радиусы которых r_1, r_2, r_3.



К задаче 48.2.

Ответ:

$$\varepsilon_1 = \frac{2\left(M_1 - \frac{r_1}{r_2} M_2 - \frac{r_1}{r_3} M_3\right)}{(m_1 + m_2 + m_3)\, r_1^2}.$$

48.3 (1181). Определить движение груза весом P, висящего на однородном тросе весом P_1 и длиной l; трос навернут на барабан радиуса a и весом P_2; ось вращения горизонтальна; трением пренебрегаем; массу барабана считаем равномерно распределенной по его ободу. В начальный момент $t = 0$ система находилась в покое; длина свисавшей части троса l_0.

Указание. Пренебречь размерами барабана по сравнению с длиной свешивающейся части троса.

Домашняя контрольная работа №1

Перечень вопросов для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-2** на этапе «Владения»

Задача 1

Вариант 1

К1а. Даны уравнения движения точки в плоскости *xy:* $x = 6\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$, $y = 12\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ (*x, y* — в сантиметрах, *t* — в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени t_1 = 1 с, найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

К1б. Точка движется по дуге окружности радиуса $R =$ 2 м по закону $s = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ (*s* — в метрах, *t* — в секундах), где $s = \overset{\smile}{AM}$ (рис. К1б). Определить скорость и ускорение точки в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 2

К1а. Даны уравнения движения точки в плоскости *xy:*
$x = 6\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$, $y = -6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (*x, y* — в сантиметрах, *t* — в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени t_1 = 2 с, найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

К1б. Точка движется по дуге окружности радиуса $R =$ 1 м по закону $s = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (*s* — в метрах, *t* — в секундах), где $s = \overset{\smile}{AM}$ (рис. К1б). Определить скорость и ускорение точки в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 3

К1а. Даны уравнения движения точки в плоскости *xy:*
$x = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, $y = 9\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ (*x, y* — в сантиметрах, *t* — в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени t_1 = 3 с, найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

К1б. Точка движется по дуге окружности радиуса R = 1.5 м по закону $s = -3\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (s — в метрах, t — в секундах), где $s = AM$ (рис. К1б). Определить скорость и ускорение точки в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 4

К1а. Даны уравнения движения точки в плоскости *xy:* $x = 6\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3,\ y = 10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$.
(x, y — в сантиметрах, t — в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени t_1 = 4 с, найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

К1б. Точка движется по дуге окружности радиуса R = 2 м по закону $s = 3t^2 - 10t$ (s — в метрах, t — в секундах), где $s = AM$ (рис. К1б). Определить скорость и ускорение точки в момент времени t_1 = 1 с.

Задача 2

Вариант 1

Механизм состоит из ступенчатых колес *1 – 3,* находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса *1* – r_1 = 2 см, R_1 = 4 см, у колеса *2* – r_2 = 6 см, R_2 = 8 см, у колеса *3* – r_3 = 12 см, R_3 = 16 см. На ободьях колес расположены точки *A, B* и *C*. s_4=4(7t-t^2).

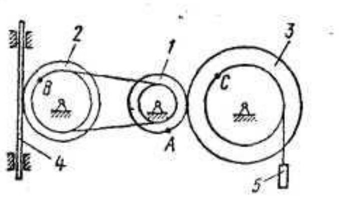


Рис. К2.0

Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 – вниз.

Определить в момент времени t_1 = 2 с скорости (v_B, v_c) и ускорения (a_A, a_5, ε_2 – угловые).

Вариант 2

Механизм состоит из ступенчатых колес *1 – 3,* находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса *1* – r_1 = 2 см, R_1 = 4 см, у колеса *2* – r_2 = 6 см, R_2 = 8 см, у колеса *3* – r_3 = 12 см, R_3 = 16 см. На ободьях колес расположены точки *A, B* и *C*. v_5=2(t^2-3).

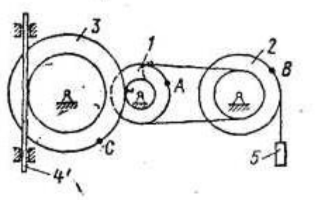


Рис. К2.1

Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 – вниз.

Определить в момент времени t_1 = 2 с скорости (v_A, v_c) и ускорения (a_B, a_4, ε_3 – угловые).

Вариант 3

Механизм состоит из ступенчатых колес *1 – 3,* находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса *1* – r_1 = 2 см, R_1 = 4

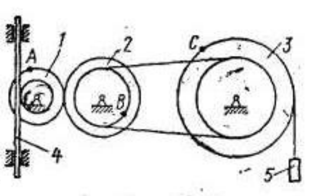


Рис. К2.2

см, у колеса $2 - r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса $3 - r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колес расположены точки A, B и C. $\varphi_1 = 2t^2 - 9$.

Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 – вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с скорости (v_4, ω_2) и ускорения (a_C, a_5, ε_2 – угловые).

Вариант 4

Механизм состоит из ступенчатых колес *1 – 3,* находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса $1 - r_1 = 2$ см, $R_1 = 4$ см, у колеса $2 - r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса $3 - r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колес расположены точки A, B и C. $\omega_2 = 7t - 3t^2$.

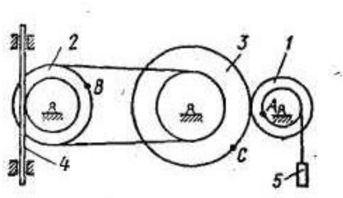


Рис. К2.3

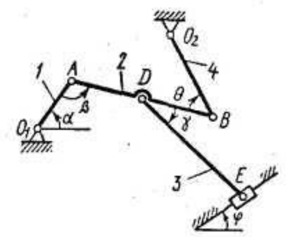
Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 – вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с скорости (v_5, ω_3) и ускорения (a_A, a_4, ε_2 – угловые).

Задача 3

Вариант 1

Плоский механизм состоит из стержней *1*, *2*, *3*, *4* и ползуна E, соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами; точка D находится в середине стержня AB. Длины стержней равны соответственно $l_1 = 0{,}4$ м, $l_2 = 1{,}2$ м, $l_3 = 1{,}4$ м, $l_4 = 0{,}6$ м. Положение механизма определяется углами $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$. $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 120^\circ$, $\omega_1 = 6$ с$^{-1}$.



Определить: v_B,. v_E, ω_{DE}, a_B, ε_{AB}.

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы.

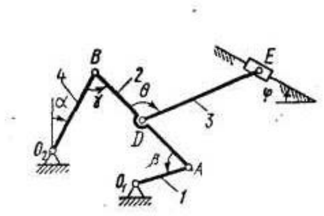
Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α; ползун с направляющими для большей наглядности изобразить как в примере, рассмотренном на занятии.

Заданную угловую скорость считать направленной против часовой стрелки.

Вариант 2

Плоский механизм состоит из стержней *1*, *2*, *3*, *4* и ползуна E, соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами; точка D находится в середине стержня AB. Длины стержней равны соответственно $l_1 = 0{,}4$ м, $l_2 = 1{,}2$ м, $l_3 = 1{,}4$ м, $l_4 = 0{,}6$ м. Положение механизма определяется углами $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 120^\circ$, $\gamma = 150^\circ$. $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\omega_4 = 4$ с$^{-1}$.

Определить: v_A,. v_E, ω_{AB}, a_A, ε_{AB}.



Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы.

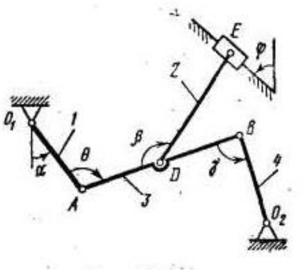
Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α; ползун с направляющими для большей наглядности изобразить как в примере, рассмотренном на занятии.

Заданную угловую скорость считать направленной против часовой стрелки.

Вариант 3

Плоский механизм состоит из стержней *1, 2, 3, 4* и ползуна *E*, соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами; точка *D* находится в середине стержня *AB*. Длины стержней равны соответственно l_1 = 0,4 м, l_2 = 1,2 м, l_3 = 1,4 м, l_4 = 0,6 м. Положение механизма определяется углами $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$. $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 120^\circ$, $\omega_1 = 5$ с$^{-1}$.

Определить: v_B,. v_E, ω_{AB}, a_B, ε_{AB}.



Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы.

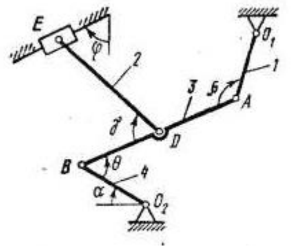
Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α; ползун с направляющими для большей наглядности изобразить как в примере, рассмотренном на занятии.

Заданную угловую скорость считать направленной против часовой стрелки.

Вариант 4

Плоский механизм состоит из стержней *1, 2, 3, 4* и ползуна *E,* соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами; точка *D* находится в середине стержня *AB*. Длины стержней равны соответственно l_1 = 0,4 м, l_2 = 1,2 м, l_3 = 1,4 м, l_4 = 0,6 м. Положение механизма определяется углами $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 150^\circ$. $\varphi = 90^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\omega_4 = 5$ с$^{-1}$.

Определить: v_A,. v_E, ω_{DE}, a_A, ε_{AB}.



Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы.

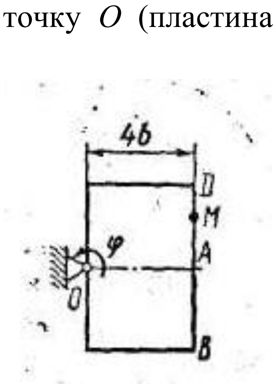
Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α; ползун с направляющими для большей наглядности изобразить как в примере, рассмотренном на занятии.

Заданную угловую скорость считать направленной против часовой стрелки.

Задача 4

Вариант 1

Прямоугольная пластина вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 4\left(t^2 - t\right)$. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках дуговой стрелкой. Ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку *O* (пластина вращается в своей плоскости).

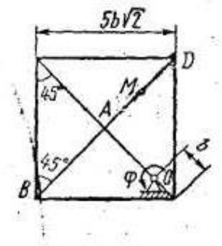


По пластине вдоль прямой *BD* движется точка *M*; закон ее относительного движения, т.е. зависимость $s = AM = 50\left(3t - t^2\right) - 64$ (*s* выражено в сантиметрах, *t* – в секундах), *b* = 12 см. На рисунках точка *M* показана в положении, при котором *s* = *AM* > 0 (при s<0 точка *M* находится по другую сторону от точки *A*).

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 2

Прямоугольная пластина вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 3t^2 - 8t$. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках дуговой стрелкой. Ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку *O* (пластина вращается в своей плоскости).

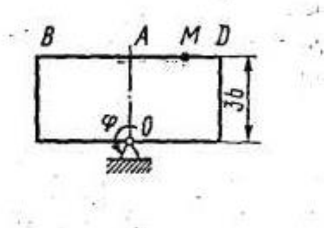


По пластине вдоль прямой *BD* движется точка *M*; закон ее относительного движения, т.е. зависимость $s = AM = 40\left(3t^2 - t^4\right) - 32$ (*s* выражено в сантиметрах, *t* – в секундах), b = 16 см. На рисунках точка *M* показана в положении, при котором *s* = *AM* > 0 (при s<0 точка *M* находится по другую сторону от точки *A*).

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 3

Прямоугольная пластина вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 6t^3 - 12t^2$. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках дуговой стрелкой. Ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку *O* (пластина вращается в своей плоскости).

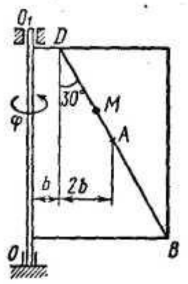


По пластине вдоль прямой *BD* движется точка *M*; закон ее относительного движения, т.е. зависимость $s = AM = 80\left(t^2 - t\right) + 40$ (*s* выражено в сантиметрах, *t* – в секундах), b = 10 см. На рисунках точка *M* показана в положении, при котором *s* = *AM* > 0 (при s<0 точка *M* находится по другую сторону от точки *A*).

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени t_1 = 1 с.

Вариант 4

Прямоугольная пластина вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = t^2 - 2t^3$. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках дуговой стрелкой. Ось вращения OO_1 лежит в плоскости пластины (пластина вращается в пространстве).



По пластине вдоль прямой *BD* движется точка *M*; закон ее относительного движения, т.е. зависимость $s = AM = 60\left(t^4 - 3t^2\right) + 56$ (*s* выражено в сантиметрах, *t* – в секундах), b = 16 см. На рисунках точка *M* показана в положении, при котором *s* = *AM* > 0 (при s<0 точка *M* находится по другую сторону от точки *A*).

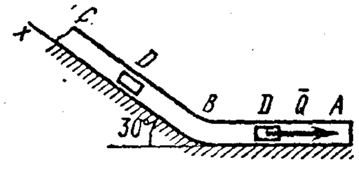
Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени t_1 = 1 с.

Задача 5

Вариант 1

Груз *D* массой m = 2 кг, получив в точке *A* начальную скорость v_0 = 20 м/с, движется в изогнутой трубе *ABC,* расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы один горизонтальный, а другой наклонный.

На участке *AB* на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила $\vec{Q}$ = 6 Н (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $R = 0.4v$, зависящая от скорости $\vec{v}$ груза



(направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу *f = 0,2)* и переменная сила $\vec{F}$, проекция которой $F_x = 2\sin(4t)$.

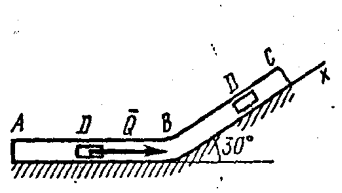
Считая груз материальной точкой и зная время t_1 = 2.5 с движения груза от точки A до точки B, найти закон движения груза на участке BC, *т.е.* $x = f(t)$, где $x = BD$.

Вариант 2

Груз D массой m = 2.4 кг, получив в точке A начальную скорость v_0 = 12 м/с, движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы один горизонтальный, а другой наклонный.

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила $\vec{Q}$ = 6 Н (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $R = 0.8v^2$, зависящая от скорости $\vec{v}$ груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу *f = 0,2)* и переменная сила $\vec{F}$, проекция которой $F_x = 6t$.



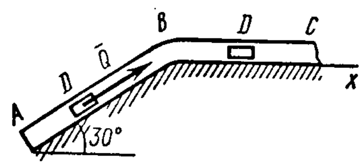
Считая груз материальной точкой и зная расстояние AB — l = 1.5 м, найти закон движения груза на участке BC, *т.е.* $x = f(t)$, где $x = BD$.

Вариант 3

Груз D массой m = 4.5 кг, получив в точке A начальную скорость v_0 = 24 м/с, движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы один горизонтальный, а другой наклонный.

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила $\vec{Q}$ = 9 Н (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $R = 0.5v$, зависящая от скорости $\vec{v}$ груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу *f = 0,2)* и переменная сила $\vec{F}$, проекция которой $F_x = 3\sin(2t)$.



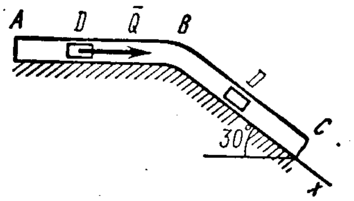
Считая груз материальной точкой и зная время t_1 = 3 с движения груза от точки A до точки B, найти закон движения груза на участке BC, *т.е.* $x = f(t)$, где $x = BD$.

Вариант 4

Груз D массой m = 6 кг, получив в точке A начальную скорость v_0 = 14 м/с, движется в изогнутой трубе ABC, расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы один горизонтальный, а другой наклонный.

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила $\vec{Q}$ = 22 Н (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды $R = 0.6v^2$, зависящая от скорости $\vec{v}$ груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу $f = 0{,}2$) и переменная сила $\vec{F}$, проекция которой $F_x = -3\cos(2t)$.



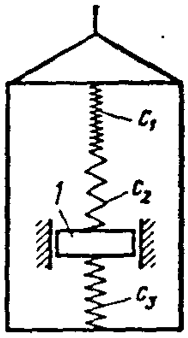
Считая груз материальной точкой и зная расстояние AB — l = 5 м, найти закон движения груза на участке BC, *т.е.* $x = f(t)$, где $x = BD$.

Задача 6

Вариант 1

Груз *1* массой $m = 1$ кг укреплен на пружинной подвеске в лифте. Лифт движется вертикально по закону $z = 0.1\sin(15t)$ (ось z направлена по вертикали вверх; z выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu v$, где v – скорость груза по отношению к лифту, μ = 0 Н·с/м.

Найти закон движения груза по отношению к лифту, т.е. $x = f(t)$; начало координат поместить в точке, где находится прикрепленный к грузу конец пружины, когда пружина не деформирована. При этом во избежание ошибок в знаках направить ось x в сторону удлинения пружины, а груз изобразить в положении, при котором $x > 0$, т.е. пружина растянута. При подсчетах можно принять g = 10 м/с^2. Массой пружин и соединительной планки *2* пренебречь.



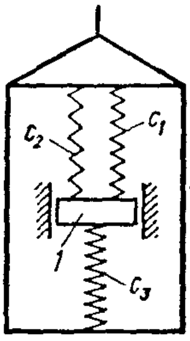
c_1 = 300 Н/м, c_2 = 150 Н/м, c_3 = – Н/м – коэффициенты жесткости пружин, λ_0 = 0 м – удлинение пружины с эквивалентной жесткостью в начальный момент времени $t = 0$, v_0 = 0 м/с – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк в данных для c_1, c_2 или c_3 означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединенные планкой *2* концы обеих оставшихся пружин.

Условие $\mu = 0$ означает, что сила сопротивления R отсутствует.

Вариант 2

Груз *1* массой $m = 0.8$ кг укреплен на пружинной подвеске в лифте. Лифт движется вертикально по закону $z = -0.75gt^2$ (ось z направлена по вертикали вверх; z выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu v$, где v – скорость груза по отношению к лифту, μ = 8 Н·с/м.

Найти закон движения груза по отношению к лифту, т.е. $x = f(t)$; начало координат поместить в точке, где находится прикрепленный к грузу конец пружины, когда пружина не деформирована. При этом во избежание ошибок в знаках направить ось x в сторону удлинения пружины, а груз изобразить в положении, при котором $x > 0$, т.е. пружина растянута. При подсчетах можно принять g = 10 м/с^2. Массой пружин и соединительной планки *2* пренебречь.

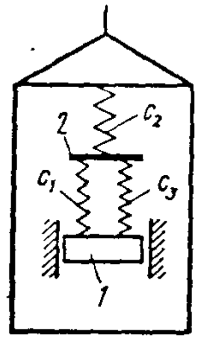


c_1 = – Н/м, c_2 = 240 Н/м, c_3 = 120 Н/м – коэффициенты жесткости пружин, λ_0 = 0.1 м – удлинение пружины с эквивалентной жесткостью в начальный момент времени $t = 0$, v_0 = 0 м/с – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк в данных для c_1, c_2 или c_3 означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединенные планкой *2* концы обеих оставшихся пружин.

Вариант 3

Груз *1* массой $m = 0.5$ кг укреплен на пружинной подвеске в лифте. Лифт движется вертикально по закону $z = 0.8\sin(5t)$ (ось z направлена по вертикали вверх; z выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu v$, где v – скорость груза по отношению к лифту, $\mu = 0$ Н·с/м.

Найти закон движения груза по отношению к лифту, т.е. $x = f(t)$; начало координат поместить в точке, где находится прикрепленный к грузу конец пружины, когда пружина не деформирована. При этом во избежание ошибок в знаках направить ось x в сторону удлинения пружины, а груз изобразить в положении, при котором $x > 0$, т.е. пружина растянута. При подсчетах можно принять $g = 10$ м/с^2. Массой пружин и соединительной планки *2* пренебречь.



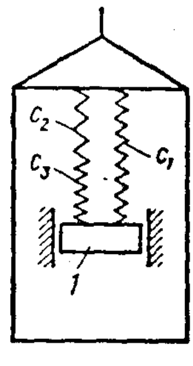
$c_1 = –$ Н/м, $c_2 = 100$ Н/м, $c_3 = 150$ Н/м – коэффициенты жесткости пружин, $\lambda_0 = 0$ м – удлинение пружины с эквивалентной жесткостью в начальный момент времени $t = 0$, $v_0 = 4$ м/с – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк в данных для c_1, c_2 или c_3 означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединенные планкой *2* концы обеих оставшихся пружин.

Условие $\mu = 0$ означает, что сила сопротивления R отсутствует.

Вариант 4

Груз *1* массой $m = 1$ кг укреплен на пружинной подвеске в лифте. Лифт движется вертикально по закону $z = 0.5\cos(6t)$ (ось z направлена по вертикали вверх; z выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu v$, где v – скорость груза по отношению к лифту, $\mu = 0$ Н·с/м.

Найти закон движения груза по отношению к лифту, т.е. $x = f(t)$; начало координат поместить в точке, где находится прикрепленный к грузу конец пружины, когда пружина не деформирована. При этом во избежание ошибок в знаках направить ось x в сторону удлинения пружины, а груз изобразить в положении, при котором $x > 0$, т.е. пружина растянута. При подсчетах можно принять $g = 10$ м/с^2. Массой пружин и соединительной планки *2* пренебречь.



$c_1 = 240$ Н/м, $c_2 = –$ Н/м, $c_3 = 160$ Н/м – коэффициенты жесткости пружин, $\lambda_0 = 0$ м – удлинение пружины с эквивалентной жесткостью в начальный момент времени $t = 0$, $v_0 = 0$ м/с – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк в данных для c_1, c_2 или c_3 означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединенные планкой *2* концы обеих оставшихся пружин.

Условие $\mu = 0$ означает, что сила сопротивления R отсутствует.

Домашняя контрольная работа №2

Перечень задач для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-2** на этапе «Владения»

1. Дан произвольный вектор $\vec{v}$ и любой единичный вектор $\vec{e}$. Показать, что $\vec{v}$ можно разложить на две компоненты – параллельную и перпендикулярную вектору $\vec{e}$, т.е. что $\vec{v} = (\vec{v}\cdot\vec{e})\vec{e} + \vec{e}\times(\vec{v}\times\vec{e})$.

2. Вывести индексную форму Эйлерова тензора конечных деформаций E_A в пространственных градиентах перемещений, воспользовавшись его определением в пространственных градиентах деформаций.

3. Вывести индексную форму Лагранжева тензора конечных деформаций L_G в материальных градиентах перемещений, воспользовавшись его определением в материальных градиентах деформаций.

4. Относительно совмещенных материальных осей X_i и пространственных осей x_i задано поле перемещений $x_i = x_i(X_1, X_2, X_3)$ определить компоненты вектора перемещений в материальных и пространственных координатах.

5. Относительно совмещенных материальных осей X_i и пространственных осей x_i задано поле перемещений $x_i = x_i(X_1, X_2, X_3)$ вычислить градиенты деформаций и перемещений, Лагранжев L и Эйлеров E тензоры линейных деформаций.

6. Относительно совмещенных материальных осей X_i и пространственных осей x_i задано поле перемещений $x_i = x_i(X_1, X_2, X_3)$ для поля перемещений определить смещенное положение вектора, соединяющего две частицы в точках $A(X_1, X_2, X_3)$ и $B(X_1, X_2, X_3)$.

7. Для поля перемещений $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x_1, x_2, x_3)$ определить тензор линейных деформаций, тензор линейного поворота и вектор поворота в точке $P(x_1, x_2, x_3)$.

Перечень вопросов к зачёту

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В МЕХАНИКЕ

1. Уравнения движения механической системы
2. Основная задача механики. Принцип причинности в классической механике
3. Работа силы и потенциальная энергия частицы во внешнем силовом поле
4. Связи. Уравнения движения в ПДСК
5. Принцип наименьшего действия (принцип Гамильтона)
6. Обобщённые координаты и обобщённые импульсы
7. Функция Лагранжа и энергия
8. Примеры на построение функции Лагранжа

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

9. Первые интегралы уравнений движения и законы сохранения

10. Зкон сохранения механической энергии

11. Закон сохранения импульса для замкнутой механической системы

12. Закон сохранения момента импульса для замкнутой механической системы

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ

13. Одномерное движение

14. Задача двух тел

15. Движение частицы в центрально-симметричном поле

16. Движение частицы в кулоновом поле

17. Столкновение частиц

18. Рассеяние частиц

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ

19. Свободные колебания

20. Затухающие колебания

21. Вынужденные колебания

22. Колебания системы со многими степенями свободы

23. Связанные маятники

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

24. Угловая скорость

25. Тензор инерции

26. Кинематика вращающего движения твердого тела

27. Момент импульса твёрдого тела

28. Уравнения движения твёрдого тела

29. Уравнения Эйлера

30. Движение в неинерциальной системе отсчёта

КАНОНИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

31. Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона.

22. Преобразование уравнений Лагранжа в уравнения Гамильтона. Функция Гамильтона для консервативной системы.

33. Первые интегралы гамильтоновых систем.

34. Скобки Пуассона. Теорема Якоби–Пуассона.

35. Циклические первые интегралы.

36. Понижение порядка уравнений Гамильтона в случае циклических координат и для обобщенно консервативных систем.

37. Преобразование лагранжиана при замене координат и времени. Теорема Эмми Нетер.

38. Действие по Гамильтону. Вариация действия по Гамильтону. Вариационный принцип Гамильтона.

39. Свободное каноническое преобразование и его производящая функция. Правила преобразования гамильтонианов при канонических преобразованиях.

40. Уравнения Гамильтона – Якоби

41.Случаи разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.

МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

42. Предмет механики сплошных сред: основные гипотезы и законы

43. Элементы векторного и тензорного исчисления (понятие криволинейной системы координат и криволинейной ортогональной системы координат (декартовой, цилиндрической и сферической); локальный и взаимный базисы, метрический тензор, ковариантные, контравариантные и физические компоненты вектора, символы

Кристоффеля первого и второго рода, ковариантная производная компонент вектора, векторные операции в криволинейной ортогональной системе координат (grad, div и rot), символ Леви-Чивита, понятие тензора нулевого, первого, второго и n-го ранга, симметричные и антисимметричные тензоры второго ранга, операции с тензорами)

44. Кинематика деформируемой среды (Лагранжево и Эйлерово описания движения сплошной среды. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Тензор деформаций. Тензор скоростей деформации. Теорема Коши-Гельмгольца)

45. Массовые и поверхностные силы в механики сплошных сред. Тензор напряжений. Модели сплошных сред

46. Общее уравнение движения сплошной среды. Замкнутая система уравнений движения сплошной среды

47. Изэнтропическое движение. Уравнение Эйлера. Граничные и начальные условия. Поток энергии и поток импульса

48. Уравнение Бернулли. Линии тока и траектории. Трубки тока

49. Циркуляция скорости по замкнутому жидкому контуру. Теорема Томсона о сохранении циркуляции. Примеры вихревых движений

50. Потенциальное течение. Парадокс Даламбера-Эйлера и его устранение. Идеальная несжимаемая жидкость. Функция тока. Примеры решения задач

51. Замкнутая система уравнений движения вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса. Граничные и начальные условия. Вихревое движение вязкой жидкости

53. Характеристика двух режимов течения. Определение турбулентности. Потеря устойчивости и переход от ламинарного течения к турбулентному. Развитая и локальная турбулентность. Уравнение Рейнольдса — осредненное уравнение турбулентного движения. Понятие пограничного слоя

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

№ п/п	Виды учебной деятельности	Балл за конкретное задание	Число заданий	Баллы	
				Минимальный	Максимальный
Модуль 1					
Текущий контроль				**0**	**25**
1.	Устный опрос	2	5	0	10
2.	Решение задач у доски	5	3	0	15
Рубежный контроль				**0**	**25**
1.	Коллоквиум	10	1	0	10
2	Домашняя контрольная работа №1	25	1	0	25
Модуль 2					
Текущий контроль				**0**	**25**

1.	Устный опрос	2	5	0	10
2.	Решение задач у доски	5	3	0	15
Рубежный контроль				**0**	**25**
1.	Коллоквиум	15	1	0	15
2	Домашняя контрольная работа №2	10	1	0	10
			Итого:	**0**	**100**
Поощрительные баллы				**0**	**10**
1.	Участие в студенческих конференциях, написание статей и др. виды научной активности			0	10
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)					
1	Посещение лекционных занятий			-6	0
2	Посещение практических занятий			-10	0
Итого				**-16**	**110**

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,

где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На зачете выставляется оценка:

• зачтено - при накоплении от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

• не зачтено - при накоплении от 0 до 59 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.