

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 04.09.2023 11:42:23
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет
Кафедра

Математики и информационных технологий
Фундаментальной математики

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина

Дифференциальные уравнения

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.15

цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

01.03.02
код

Прикладная математика и информатика
наименование направления

Программа

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Разработчик (составитель)

кандидат физико-математических наук, доцент
Ваганов В. З.

ученая степень, должность, ФИО

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)	3
2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)	6
6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	6
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания	11

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
			1	2	3	4	
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математики и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Обучающийся должен знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, постановки начальных и краевых задач для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основы теории устойчивости	Не знает основные понятия теории дифференциальных уравнений, постановки начальных и краевых задач для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основы теории устойчивости	Имеет частичное представление об основных понятиях теории дифференциальных уравнений, постановки начальных и краевых задач для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основы теории устойчивости, но допускает неточности в формулировках	Имеет хорошее представление об основных понятиях теории дифференциальных уравнений, постановки начальных и краевых задач для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основы теории устойчивости, но допускает неточности в формулировках	Знает, понимает основные понятия теории дифференциальных уравнений, постановки начальных и краевых задач для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основы теории устойчивости	Контрольная работа №1 «Д.у. первых порядков» Контрольная работа №2 «Линейные уравнения»
	ОПК-1.2. Умеет	Обучающийся должен уметь	Не умеет создавать	В целом успешное, но не	В целом успешное, но	Сформированное умение	

	использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности.	решать начальные и краевые задачи для различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, исследовать устойчивость решений, применять знания основ теории дифференциальных уравнений в других областях математики	математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	систематическое умение создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	содержащее отдельные пробелы умение создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	№3 «Д.у. высших порядков» Контрольная работа №4 «Системы линейных уравнений»
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Обучающийся должен владеть методикой математических моделей естественнонаучных задач.	Не владеет навыками создавать математические модели естественнонаучных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Частично владеет навыками создавать математические модели естественнонаучных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости	В основном владеет навыками создавать математические модели естественнонаучных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости	Уверенно владеет навыками создавать математические модели естественнонаучных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости	Домашняя контрольная работа №1 Домашняя контрольная работа №2

				моделей	моделей	моделей	
--	--	--	--	---------	---------	---------	--

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

**Контрольная работа №1 «Д.у. первых порядков»
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»**

Вариант №1

1. $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$.
2. $y' + 4x^3y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2, y(0) = 1$.
3. $\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right)dx - \frac{xdy}{x^2 + y^2} = 0$.
4. $2xdx - 2ydy = x^2ydy - 2xy^2dx$.

Вариант №2

1. $6xdx - 6ydy = 2x^2ydy - 3xy^2dx$.
2. $4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2, y(0) = 1$.
3. $xe^{y^2}dx + (x^2ye^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y)dy = 0$.
4. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$.

**Контрольная работа №2 «Линейные уравнения»
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»**

Вариант №1

1. $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$.
2. $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.
3. $y'' + 2y' = -2e^x(\sin x + \cos x)$.

Вариант №2

1. $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$.
2. $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$.
3. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x$.

**Контрольная работа №3 «Д.у. высших порядков»
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»**

Вариант №1

- $(y + y')y'' + y'^2 = 0$
- $(1 + x^2)y'' + 1 + y'^2 = 0$
- $xyy'' + y'^2 - yy' = 0$

Вариант №2

- $y''(2y + 3) - 2y'^2 = 0$
- $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$
- $x^2yy'' = (y - xy')^2$

Контрольная работа №4 «Системы линейных уравнений» для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

- Решить методом Эйлера систему
$$\begin{cases} x' = x - 2y - z, \\ y' = y - x + z, \\ z' = x - z. \end{cases}$$
- Решить методом вариации постоянных систему
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y + \frac{2}{5}t^2 - t, \\ \frac{dy}{dt} = x - 3t. \end{cases}$$

Вариант 2

- С помощью функции Ляпунова исследовать на устойчивость тривиальное решение системы уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{3}y - x - \frac{7}{2}x^3, \\ \dot{y} = -x - \frac{1}{2}y - \frac{5}{2}y^3. \end{cases}$$
- Исследовать на устойчивость по первому приближению точку покоя $x = 0, y = 0$ системы
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 5y^2, \\ \dot{y} = 3x + y + \frac{x^3}{2} \end{cases} \quad \left(\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \dot{y} = \frac{dy}{dt} \right).$$

Образцы вариантов домашней контрольной работы №1 для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Владения»

В-1.

- $\ln x \cos y dx + xtgydy = 0,$
- $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0,$
- $y' + \frac{xy}{1 - x^2} = \arcsin x + x,$
- $ydx - xdy + \ln x dx = 0,$

5. $y''y = xy'^2$,
6. $y'' - y' - 2y = 0$,
7. $y'' + 9y = 2 \sin x \sin 2x$,
8. $x' = x - 4y, y' = x + y$.

В-2.

1. $3e^x tgy dx + (1 + e^x) \sec^2 y dy$,
2. $2x + 8 + (3y - 5x - 11)y' = 0$,
3. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 4\sqrt{\frac{y}{1+x^2}} \operatorname{arctg} x$,
4. $(y + e^x \sin y) dx + (x + e^x \cos y) dy = 0$,
5. $2yy'' + y''^2 + y'^4 = 0$,
6. $y^{IV} + 5y'' + 4y = 0$,
7. $y'' - 9y' + 20y = x^2 e^{4x}$,
8. $x' = -x + y, y' = -x - 3y$.

Домашняя контрольная работы №2

для оценки уровня сформированности компетенции **ОПК-1** на этапе «Владения»

- 1) Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь критерием Рауса-Гурвица (условием Ляпунова-Шипара)
- 2) Исследовать устойчивость нулевого решения, пользуясь критерием Михайлова

Вариант	Задание 1	Задание 2
1	828	934
2	829	935
3	830	936
4	831	937
5	832	938
6	833	939
7	834	940
8	835	941
9	836	942
10	837	943
11	838	944
12	839	945
13	840	946
14	841	947
15	842	948
16	843	934
17	844	935
18	845	936
19	846	937

20	847	938
----	-----	-----

828. $2y^{IV} + 4y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$.
829. $3y^{IV} + 4y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$.
830. $y^V + 5y^{IV} + 10y''' + 11y'' + 7y' + 2y = 0$.
831. $y^{IV} + 5y''' + 4y'' + 3y' + 2y = 0$.
832. $y^V + 2y^{IV} + 2y''' + 46y'' + 89y' + 260y = 0$.
833. $y^V + y^{IV} + 7y''' + 4y'' + 10y' + 3y = 0$.
834. $y^{VII} + 7y^{VI} + 23y^V + 37y^{IV} + 56y''' + 36y'' + 12y' + 4y = 0$.
835. $y^{IV} + 3y''' + 4y'' + 3y' + y = 0$.
836. $y^{IV} + 7y''' + 18y'' + 22y' + 12y = 0$.
837. $y^{IV} + 2y''' + 3y'' + 2y' + y = 0$.
838. $y^{IV} + 11y''' + 59y'' + 107y' + 60y = 0$.
839. $y^{IV} + 5y''' + 18y'' + 53y' + 60y = 0$.
840. $y^{IV} + 6y''' + 15y'' + 18y' + 10y = 0$.
841. $y^{IV} + 4y''' + 10y'' + 12y' + 5y = 0$.
842. $y''' + 6y'' + 11y' + 6y = 0$.
843. $y^{IV} + 7y''' + 12y'' + 23y' + 10y = 0$.
844. $y^{IV} + 3y''' + 3y'' + 3y' + 2y = 0$.
845. $y^{IV} + 2y''' + 4y'' + 2y' + 5y = 0$.
846. $y^{IV} + 2y''' + 8y'' + 5y' = 0$.
847. $y^V + 4y^{IV} + 5y''' + 2y'' + 4y = 0$.
932. $y''' + y'' + y' + 2y = 0$.
933. $y''' + 2y'' + 2y' + 3y = 0$.
934. $y^{IV} + 2y''' + 4y'' + 3y' + 2y = 0$.
935. $y^{IV} + 2y''' + 3y'' + 7y' + 2y = 0$.
936. $y^{IV} + 2y''' + 6y'' + 5y' + 6y = 0$.
937. $y^{IV} + 8y''' + 14y'' + 36y' + 45y = 0$.
938. $y^{IV} + 13y''' + 16y'' + 55y' + 76y = 0$.
939. $y^{IV} + 3y''' + 26y'' + 74y' + 85y = 0$.
940. $y^{IV} + 3,1y''' + 5,2y'' + 9,8y' + 5,8y = 0$.
941. $y^V + 2y^{IV} + 4y''' + 6y'' + 5y' + 4y = 0$.
942. $y^V + 2y^{IV} + 5y''' + 6y'' + 5y' + 2y = 0$.
943. $y^V + 3y^{IV} + 6y''' + 7y'' + 4y' + 4y = 0$.
944. $y^V + 4y^{IV} + 9y''' + 16y'' + 19y' + 13y = 0$.
945. $y^V + 4y^{IV} + 16y''' + 25y'' + 13y' + 9y = 0$.
946. $y^V + 3y^{IV} + 10y''' + 22y'' + 23y' + 12y = 0$.
947. $y^V + 5y^{IV} + 15y''' + 48y'' + 44y' + 74y = 0$.
948. $y^V + 2y^{IV} + 14y''' + 36y'' + 23y' + 68y = 0$.

Вопросы к экзамену

- Основные понятия и определения курса “Дифференциальные уравнения”. Задачи, приводящие к понятию ДУ.
- ДУ 1-го порядка. Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Понятия общего, частного и особого решений.
- ДУ 1-го порядка, разрешимые в квадратурах:
 - $y' = f(x)$, $f(x) \in C_{<a,b>}$;
 - ДУ с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним;
 - однородные ДУ и приводящиеся к ним;
 - линейные ДУ, уравнения Бернулли и Риккати;
 - ДУ в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
- ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка:
 - $y^{(n)} = f(x)$, $f(x) \in C_{<a,b>}$,
 - $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$,
 - $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$,
 - $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$, где $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ – однородная функция относительно $y, y', \dots, y^{(n)}$.
- Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка $y' = f(x, y)$:
 - класс функций Липшица;
 - теорема Пикара, сведение задачи Коши к интегральному уравнению;
 - существование решения интегрального уравнения;
 - единственность решения интегрального уравнения;
 - замечания;
 - продолжение решения задачи Коши.
- Уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной:
 - постановка задачи Коши;
 - метод введения параметра;
 - уравнение Лагранжа;
 - уравнение Клеро.
- Особые решения:

- а) нахождение особых решений из анализа условий теоремы Пикара; б) метод р-дискриминантных кривых; в) метод С-дискриминантных кривых, огибающая.
8. Линейные уравнения n-го порядка:
 - а) общие свойства решений ЛОДУ, б) линейная зависимость и линейная независимость системы функций; необходимое условие линейной зависимости функций; в) необходимое и достаточное условие линейной независимости решений ЛОДУ; г) фундаментальная система решений ЛОДУ; теорема о структуре общего решения ЛОДУ.
 9. ЛОДУ с постоянными коэффициентами:
 - а) теоремы о виде частного решения; б) теорема о частном решении в случае некратных действительных корней характеристического уравнения; в) теорема о частном решении в случае кратных действительных корней характеристического уравнения; д) случай комплексных корней характеристического уравнения.
 10. ЛНОДУ с постоянными коэффициентами:
 - а) структура общего решения; б) метод неопределенных коэффициентов, в) принцип наложения частных решений.
 11. ЛНОДУ. Метод вариации произвольных постоянных.
 12. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы д.у.
 13. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы ЛДУ.
 14. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для д.у. n-го порядка.
 15. Решение ЛДУ с переменными коэффициентами с помощью степенных рядов.
 16. Однородная система ЛДУ 1-го порядка.
 17. Линейная неоднородная система д.у. Метод вариации произвольных постоянных.
 18. Линейная однородная система с постоянными коэффициентами:
 - а) метод исключений, б) характеристическое уравнение; случай, когда все корни различны, в) случай кратного корня.
 19. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Первая теорема Ляпунова:
 - а) устойчивость по Ляпунову, б) асимптотическая устойчивость, в) неустойчивость по Ляпунову.
 20. Вторая теорема Ляпунова. Необходимое и достаточное условие асимптотической устойчивости точки покоя линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
 21. Теорема Рауса-Гурвица и ее применения.
 22. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова).
 23. Особые точки д.у. 1-го порядка:
 - а) приведение д.у. в зависимости от корней характеристического уравнения к простому виду, б) классификация особых точек (узел, седло, фокус, центр), в) исследование на наличие особых точек общего д.у.
 24. Краевые задачи для ЛДУ 2-го порядка:
 - а) основные определения и понятия, формула Грина, б) единственность решения краевой задачи, в) существование решения краевой задачи, г) функция Грина и ее свойства.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания;	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
Хорошо (базовый уровень)	3. Правильность и/или аргументированность изложения	Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит

	(последовательность действий);	примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
Удовлетворительно но (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Рейтинг-план дисциплины

Виды учебной	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. Ду первого и высших порядков. Линейные ДУ			0	35
Текущий контроль			0	20

Контрольная работа №1 «Д.у. первых порядков»	10	1	0	10
Контрольная работа №2 «Линейные уравнения»	10	1	0	10
Рубежный контроль			0	15
Домашняя контрольная работы №1	15	1	0	15
Модуль 2. Системы ДУ. Качественная теория решений ДУ			0	35
Текущий контроль			0	20
Контрольная работа №3 «Д.у. высших порядков»	10	1	0	10
Контрольная работа №4 «Системы линейных уравнений»	10	1	0	10
Рубежный контроль			0	15
Домашняя контрольная работы №2	15	1	0	15
Поощрительные баллы			0	10
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Подготовка доклада на научную конференцию студентов			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных			0	-6
2. Посещение практических занятий			0	-10
Итоговый контроль				
Экзамен			0	30
Итого			0	110

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = $k \times$ Максимальный балл,

где $k = 0,2$ при уровне освоения «неудовлетворительно», $k = 0,4$ при уровне освоения «удовлетворительно», $k = 0,8$ при уровне освоения «хорошо» и $k = 1$ при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.