СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет ***Математики и информационных технологий***
Кафедра ***Фундаментальной математики***

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина ***Дискретная математика***

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.14
цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

01.03.02 ***Прикладная математика и информатика***
код наименование направления

Программа

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Разработчик (составитель)

Михайлов П. Н.
ученая степень, должность, ФИО

Стерлитамак 2023

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
1	2	3	4				5
			неуд.	**удовл.**	**хорошо**	**отлично**	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Использует знания основ математической теории и имеет представление о широком спектре приложений математики	Обучающийся должен: Обучающийся должен знать: основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений;	Не знает основные понятия и теоремы проективной геометрии, не знает методы решения основных типов задач.	Имеет частичное представление об основных понятиях и теоремах проективной геометрии, о методах решения основных типов задач.	Имеет хорошее представление об основных понятиях и теоремах проективной геометрии и методах решения основных типов задач.	Имеет четкое, целостное представление об основные понятия и теоремах проективной геометрии и методы решений основных типов задач.	Устный опрос.

	ОПК-1.2. Применяет основы математическо й теории в решении научно-практических задач	Обучающийся должен: Обучающийся должен уметь: применять основы математической теории в решении научно-практических задач; функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей;	Не умеет решать основные типы задач проективной геометрии, применять знания основ проективной геометрии в других областях математики.	В целом успешное, но не систематическ ое умение решать основные типы задач проективной геометрии, применять знания основы теории в других областях математики.	в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать основные типы задач проективной геометрии, применять знания основ теории в других областях математики.	Сформированн ое умение решать основные типы задач проективной геометрии, применять знания основ теории в других областях математики.	Аудиторная контрольная работа
	ОПК-1.3. Реализует инструментари й формально-логической концепции математики при	Обучающийся должен: Обучающийся должен владеть: инструментарие м формально-логической концепции математики	Не владеет методикой построения и исследования физических и математически х моделей процессов и явлений.	В основном владеет методикой построения и исследования физических и математически х моделей процессов и	В основном владеет методикой построения и исследования физических и математически х моделей процессов и	Владеет методикой построения и исследования физических и математических моделей процессов и явлений.	Индивидуальн ое задание. Домашние работы.

	построении физических и математически х моделей	для идеализации и системного анализа связей при построении физических и математических моделей процессов и явлений;		явлений.	явлений.		

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень вопросов устного опроса для оценки сформированности компетенции ОПК 1 на этапе «Знания»

1. Сформулировать понятие векторного пространства над полем K?
2. Что называется размерностью векторного пространства?
3. Что такое проективное пространство, проективная плоскость, проективная прямая, точка? Как понять выражение “точка A порождается вектором $\vec{a}$ “?
4. Сформулируйте определения проективной прямой.
5. Что такое сложное (двойное или ангармоничное) отношение четырех точек?
6. Перечислите простейшие свойства прямых и плоскостей в проективном пространстве P_3. Какие из перечисленных свойств справедливы в аффинном пространстве A_3?
7. В чем заключается основная идея доказательства этих свойств?
8. Что такое модель проективного пространства P_n?
9. Перечислите модели проективной прямой и проективной плоскости. Обоснуйте ответ.
10. Что такое “расширенная плоскость”?
11. Отличается ли “расширенная плоскость” от проективной?
12. Что такое проективный репер?
13. Как понять выражение “базис B=($\vec{a}_1,\vec{a}_2$) согласован с репером R=(A_1,A_2,E)″? Что называется координатами точки относительно проективного репера?
14. Какими свойствами обладают проективные координаты точек?
15. Для каких четырех точек можно вычислить сложное отношение, для каких нельзя?
16. Перечислите свойства сложного отношения четырех точек. В чем заключается идея их доказательства?
17. В чем геометрический смысл сложного отношения точек?
18. Сформулируйте определения сложного отношения четырех прямых одного пучка. Из какой теоремы следует возможность определения сложного отношения четырех прямых пучка?
19. Что такое проективные отображение прямой на прямую?
20. Какое отображение называется перспективным?
21. Сформулируйте признак перспективного отображения?
22. Что такое проективное отображение пучка на пучок?
23. Как задать проективное отображение пучка на пучок?
24. Что такое проективное преобразование прямой?
25. Что такое инволюция?
26. Сформулируйте признак инволюции.
27. Сколько инвариантных точек может иметь инволюция?
28. Какая инволюция называется эллиптической, какая - гиперболической?
29. Сформулируйте определение линии второго порядка на проективной плоскости.
30. Что такое ранг линии второго порядка и почему он не зависит от выбора системы координат на плоскости?
31. Перечислите все виды линий второго порядка и укажите их характерные признаки.
32. Какая прямая называется касательной к неподвижной линии второго порядка?
33. Какие точки называются сопряженными относительно линии γ?
34. Что такое поляра, полюс?
35. Какие треугольники называются автополярными трехвершинниками I и II рода?

36. Что такое поляритет?
37. Сформулируйте теорему о взаимности поляритета.
38. Что такое полный четырехвершиник?
39. Перечислите свойства полного четырехвершинника.
40.Какие задачи на построение позволяет решать теорема:
а) Штейнера,
б) Паскаля,
в) Брианшона.
41.Что такое шестивершинник?
42. Какие из следующих предложений справедливы на проективной плоскости, и какие – на евклидовой плоскости:
а) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным точкам;
б) существует одна и только одна точка, инцидентная двум различным прямым?
43. Какие из нижеприведенных предложений справедливы в трехмерном проективном пространстве, и какие – в евклидовом пространстве:
а) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным точкам;
б) существует одна и только одна точка, инцидентная двум различным прямым;
в) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным плоскостям;
г) три различные плоскости имеют по крайней мере одну общую точку;
д) три различные прямые, не лежащие в одной плоскости, но попарно пересекающиеся, имеют одну и только одну общую точку;
е) три различные прямые, попарно не скрещивающиеся и не проходящие через одну общую точку, лежат в одной плоскости?
44. Приведите примеры моделей проективной прямой.
45. Какие 4 точки называются точками общего положения? Приведите пример. (Изобразите их).
46. Сформулируйте определение проективного репера на плоскости.
47. Как определяются проективные координаты точки в проективном репере R=(A_1, A_2 A_3 E)?
48.Какой базис называется согласованным с проективным репером?
49. На расширенной плоскости задан эллипс γ и точка А. Постройте:
1) поляру точки А, если:
а) А- внешняя точка эллипса.
б) $A\in\gamma$.
в) А- внутренняя точка эллипса.
2) полюс прямой а ,если:
а) $a\cap\gamma=\varnothing$.
б) а касательная γ.
в) $a\cap\gamma=\{M,N\}$.
50.Постройте точку D такую, что (AB,CD)=-1, если (AB,C)=2.
51.Изобразите шестивершинник и укажите противоположные стороны и прямую Паскаля.
52.Докажите, что уравнение $2x_1-x_2+x_3=0$ является уравнением прямой.
53. Почему на проективной плоскости имеет место принцип двойственности?
54. Сформулируйте принцип двойственности: 1) на проективной плоскости. 2) в проективном пространстве. Приведите примеры двойственных предложений.
55. Приведите примеры утверждений, к которым нельзя применить принцип двойственности.
56. Сформулируйте задачу преобразования координат на плоскости и в пространстве.
57. Почему можно согласовать столбцы матрицы перехода?

58. Объясните смысл всех переменных, участвующих в формулах преобразования координат.
59. Как вычислить сложное отношение четырех точек прямой, если координаты точек заданы в произвольном репере $R=(A_1,A_2,E)$?
60. Покажите, что если точки A,B,C - различные точки одной прямой, то между точками X прямой и действительными числами $\lambda=(AY,CX)$ устанавливается взаимнооднозначное соответствие.
61. Докажите, что сложное отношение четырех точек прямой не зависит от выбора системы координат на прямой.
62. На прямой даны упорядоченная четверка точек A, B, C, D. Найти (AB,DC), если $|AB| = 2|CD|$, $|BC| = |CD|$.

63. Сколько неподвижных точек может иметь проективное преобразование прямой, отличное от тождественного?

64.Сформулируйте теорему Паскаля для предельных случаев.

65.Сформулируйте теорему Брианшона. Покажите, что теорема Брианшона является двойственной теореме Паскаля.

66.Сформулируйте предельные случаи теоремы Брианшона.

Перечень заданий контрольной работы №1 для оценки сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

1. F_2^2 – двумерное векторное пространство над полем F_2 вычетов по модулю 2. Доказать, что проективная прямая $P(F_2^2)$ содержит точно три точки.

2. На расширенной плоскости $\sum$ задан проективный репер $R(A_0,A_1,A_2,E)$, вершины A_α (α=0,1,2) координатного треугольника и единичная точка E - собственные точки. Построить следующие точки по их координатам в репере R: M(1,2,0), N(0,–2,–1), P(1,2,1), Q(0,–4,0).

3. Точка E - центр тяжести треугольника $A_0A_1A_2$ на плоскости $\sum$. Построить точку M(1,1,–2) по её координатам в проективном репере $R=(A_0,A_1,A_2,E)$ на расширенной плоскости $\sum$.

4. Какие из следующих предложений справедливы на проективной плоскости, и какие – на евклидовой плоскости:

а) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным точкам;

б) существует одна и только одна точка, инцидентная двум различным прямым?

Вариант 2.

1. Доказать, что проективная плоскость P(V) содержит по крайней мере 7 точек.

2. На расширенной прямой $\bar{d}$ задан проективный репер $R=(A_0,A_1,E_\infty)$. Построить точки M(-1,1) и N(1,-2) по их координатам в этом репере.

3. На расширенной прямой $\bar{d}$ задан проективный репер $R=(A_0,X_\infty,E)$. Построить точку M(2,1) с указанными координатами в репере R.

4. Какие из нижеприведенных предложений справедливы в трехмерном проективном пространстве, и какие – в евклидовом пространстве:

а) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным точкам;

б) существует одна и только одна точка, инцидентная двум различным прямым;

Вариант 3.

1. F_2^3 - трёхмерное векторное пространство над полем F_2 вычетов по модулю 2. Доказать, что проективная плоскость $P(F_2^3)$ содержит точно 7 точек.
2. На модели проективной прямой $P_1(R)$ (в пучке прямых P(O) или на расширенной прямой $\bar{d}$) задан проективный репер (A_0,A_1,E). Построить точки M(1,-1), N(-2,1), L(-2,2) по их координатам в этом репере.
3. На расширенной прямой $\bar{d}$ заданы собственные точки A_0,A_1,E. В репере $R=(A_0,A_1,E)$ собственная точка $M\in \bar{d}$ $(M\neq A_0,\ M\neq A_1)$ имеет координаты (x^0,x^1). Доказать, что

$$\frac{x^0}{x^1}=\frac{(A_0A_1,E)}{(A_0A_1,M)}.$$

4. Какие из нижеприведенных предложений справедливы в трехмерном проективном пространстве, и какие – в евклидовом пространстве:

а) существует одна и только одна прямая, инцидентная двум различным плоскостям;
б) три различные плоскости имеют по крайней мере одну общую точку;

Вариант 4.

1. Сколько прямых содержит проективная плоскость $P(F_2^3)$?
2. На расширенной прямой $\bar{d}$ задан проективный репер $R=(A_0,A_1,E)$; A_0,A_1- собственные точки прямой $\bar{d}$, E-середина отрезка $[A_0A_1]$. Найти координаты несобственной точки $X_\infty \in \bar{d}$ в репере R.
3. Пользуясь принципом двойственности, доказать, что:
4. 1) на проективной плоскости $P_2(K)$

а) через каждую точку проходит не менее трёх прямых;
б) существуют три прямые, не проходящие через одну точку;

Перечень заданий индивидуальных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Владения»

Вариант 1.

1. Пусть на проективной плоскости заданы две различные прямые: a: $a_\alpha x^\alpha=0$ и b: $b_\alpha x^\alpha=0$ $(\alpha=0,1,2)$ своими уравнениями относительно проективного репера R. Доказать, что уравнение, $\lambda a_\alpha x^\alpha+\mu b_\alpha x^\alpha=0$, где λ и μ принимают вещественные значения, не равные нулю одновременно, определяет пучок прямых на проективной плоскости.

2. Даны три точки: A(−1,0,1),B(3,2,1),C(4,1,1) и две прямые $d: 3x_1-x_2+x_3=0$ и $e: x_1+x_2-x_3=0$. Найдите точку пересечения прямой (AB) с прямой, проходящей через точку C и точку D – точку пересечения прямых d и e.

3. Дан трёхвершинник $A_1A_2A_3$ и прямая l, не проходящая через его вершины. Показать, что точку E всегда можно выбрать так, чтобы прямая l в системе $A_1A_2A_3E$ имела уравнение: $x_1+x_2+x_3=0$.

4. Сложное отношение четырёх различных точек (AB,CD)= t. Найти значения сложных отношений всех четвёрок точек, которые можно составить из точек A, B, C, D.

5. Даны три различные точки A, B, C прямой g. Построить на той же прямой точку X, для которой (AB, CX)= n, где n - натуральное число, n>1.

6. Дана коллинеация χ:

$$\begin{cases}\lambda\cdot x_1'=x_1+x_2,\\ \lambda\cdot x_2'=x_2-x_3,\\ \lambda\cdot x_3'=2x_2+x_3.\end{cases}$$

Найдите:

а) прообразы l, m прямых l': $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$; m': $x_2 + x_3 = 0$;

б) образ G′ квадрики G: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 = 0$;

в) прообраз H квадрики H′: $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $2x^2 + 3y^2 - 2xy + 4x + 3y + 4 = 0$;

8. Найдите уравнение касательной, проведенной к параболе $y^2=2px$ в её точке $A(x_0;y_0)$.

9. Сформулировать предельный случай теоремы Паскаля, считая вершины A_1 и A_6 основными.

Вариант 2.

1. Построить прямую a(1,2,-2) по её координатам относительно заданного на расширенной плоскости проективного репера $R=(A_0,A_1,A_2,E)$.

2. Пусть A, B, C, D четыре произвольные точки, из которых никакие три не коллинеарны. Далее, пусть

$A_1= (AD)\cap(BC)$, $B_1= (BD)\cap(AC)$, $C_1= (CD)\cap(AB)$ и

$P=(BC)\cap(B_1C_1)$, $Q= (AC)\cap(A_1C_1)$, $R= (AB)\cap(A_1B_1)$.

Докажите, что точки P, Q, R коллинеарны.

3. Вершины координатного треугольника и единичная точка проективного репера R′ имеют на расширенной плоскости следующие аффинные координаты: $A'_0(0,3)$, $A'_1(4,0)$, $A'_2(4,3)$, $E'(3,2)$.

Найти: 1) проективные координаты точки M, если её аффинные координаты M(1,1);

2) аффинные координаты точки N, если её проективные координаты N(4,3,-6).

4. На прямой даны три точки A, B, C. Построить на этой прямой точку D, такую, что (AB,CD)=2.

5. На расширенной евклидовой плоскости даны четыре прямые: a: y=0, b: y=x, c: y=3x, d: y=5x. Убедитесь в* их принадлежности одному пучку и найдите (ab,cd).

6. Докажите, что относительно коллинеации χ: $\lambda X' = PX$ образ прямой u имеет координатную строку $u\cdot P^{-1}$, где u – координатная строка данной прямой.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2 + 3y^2 + 4xy + 2x + 2y + 3 = 0$.

8. Докажите, что отрезок касательной к гиперболе, заключённый между асимптотами, делится точкой касания пополам.

9. Даны 5 точек овальной линии. Построить касательную в одной из них.

Вариант 3.

1. Найти фигуры, двойственные (по принципу двойственности в пространстве P_3) следующим фигурам:

а) трёхвершинник;

б) две скрещивающиеся прямые (то есть две прямые, не имеющие общих точек);

в) плоскость и прямая, не лежащая в ней;

г) полный четырёхугольник (четыре точки общего положения, лежащие в одной плоскости, и шесть прямых, соединяющих их попарно);

д) тетраэдр (четыре точки, не лежащие в одной плоскости, шесть прямых, попарно соединяющих эти точки, и четыре плоскости, определяемые каждой тройкой из данных четырёх точек).

2. На двух различных прямых m и n произвольно взяты различные точки A_1, A_3, A_5 и A_2, A_4, A_6 соответственно. Докажите, что точки $P=(A_1A_2)\cap(A_4A_5)$, $Q=(A_2A_3)\cap(A_5A_6)$, $R=(A_3A_4)\cap(A_6A_1)$ принадлежат одной прямой (теорема Паскаля-Паппа).

3. Вершины координатного треугольника и единичная точка проективного репера R′ имеют на расширенной плоскости следующие аффинные координаты: $A'_0(0,3)$, $A'_1(4,0)$, $A'_2(4,3)$, $E'(3,2)$.

Найти: 1) проективные координаты несобственной точки оси абсцисс;

2) однородные аффинные координаты точки P, если её проективные координаты P(5,5,-7).

4. A, B, C, D -четыре точки аффинной прямой, точка C лежит между точками A и B. Доказать, что (AB,CD)<0 $\Leftrightarrow$ (D не лежит между A и B). (Пары точек A, B и C, D разделяют одна другую.)

5. Пусть K_∞ и L_∞ - несобственные точки гиперболы $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, A_∞, B_∞-несобственные точки прямых 2x-3y+1=0 и x+y=0 соответственно. Найдите двойное отношение $(K_\infty L_\infty, A_\infty B_\infty)$.

6. Докажите, что если три точки прямой неподвижны при некоторой коллинеации, то неподвижны все точки этой прямой. Сформулируйте двойственное утверждение.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2 + 3y^2 + 4xy + 2x + 2y + 3 = 0$.

8. Задача №15 Найдите уравнение прямой, проходящей через точку A(1;1), если известно, что эллипс $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ вытекает на ней хорду, которая делится в точке A пополам.

9. Даны 5 прямых общего положения, которые являются касательными к овальной линии. Построить еще одну касательную.

Вариант 4.

1. Доказать теорему: если а и б - скрещивающиеся прямые пространства P_3 и точка A не принадлежит ни одной из этих прямых, то существует одна и только одна прямая, принадлежащая точке A и пересекающая обе прямые *а* и *б*.

2. Написать формулу преобразования координат при переходе от системы координат $O_1O_2O_3E$ к системе $O_1'O_2'O_3'E$ если $O'_1=O_2$, $O'_2=O_3$, $O'_3=O_1$, $E'=E$.

3. Доказать, что в упорядоченной четвёрке точек прямой перестановка средних или крайних элементов одинаково изменяет сложное отношение этих точек.

2) перестановка первого и третьего элементов или второго и четвёртого одинаково изменяет сложное отношение этих точек;

Как меняется сложное отношение четырёх точек прямой при их круговой перестановке?

4. Доказать, что для пяти различных точек A, B, M, U, V проективной прямой имеет место равенство:

$$(AB,MV)=(AB,MU)(AB,UV).$$

5. Задать аналитически проективное преобразование $f : R \to R'$, если $f(A_1)=A'_1(0,1,2)$, $f(A_2)=A'_2(3,-1,4)$, $f(A_3)=A'_3(4,0,9)$, $f(E)=E'(1,2,3)$.

6. Докажите, что всякая коллинеация имеет неподвижную точку и неподвижную прямую.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2 + 2y^2 + 2xy - 1 = 0$.

8. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку A(2;1), если известно, что парабола $y^2= 2px$ отсекает от неё хорду, которая делится в точке A пополам.

9. Даны 5 прямых общего положения, которые являются касательными к овальной линии. Построить еще одну касательную.

Вариант 5.

1. Сформулировать и доказать предложение, двойственное теореме, приведённой в задаче 3, преобразовав по принципу двойственности доказательство исходного предложения.

2. Написать формулу преобразования координат при переходе от системы координат $O_1O_2O_3E$ к системе $O_1'O_2'O_3'E$ если $O'_1=O_2$, $O'_2=O_1$, $O'_3=O_3$, $E'=E$.

3. Доказать, что в упорядоченной четвёрке точек прямой перестановка первого и третьего элементов или второго и четвёртого одинаково изменяет сложное отношение этих точек. Как меняется сложное отношение четырёх точек прямой при их круговой перестановке?

4. Даны треугольник ABC, точка M и проходящая через неё прямая m, пересекающая прямые (BC), (CA), (AB) соответственно в точках A_1,B_1,C_1.Доказать равенство сложных отношений:

$$(MA, BC)=(m,(MA); (MB),(MC)).$$

5. Дано проективное преобразование $f:\lambda y^1=x^1-x^2+x^3$, $\lambda y^2=2x^1+x^3$, $\lambda y^3=3x^2$. Задать это преобразование геометрически, найти образ точки M(2,-1,4), прообраз прямой l(3,-1,2), образ прямой u: $2x^1+x^2+x^3=0$.

6. На расширенной евклидовой плоскости в однородных аффинных координатах задана коллинеация φ:

$$\begin{cases} \lambda \cdot x_1' = x_1, \\ \lambda \cdot x_2' = x_2, \\ \lambda \cdot x_3' = x_1 - x_3. \end{cases}$$

Найдите $a' = \varphi(a_\infty)$ образ и $b = \varphi^{-1}(a_\infty)$ прообраз несобственной прямой a_∞.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $2x^2+4y^2-2xy+14x+1=0$.

8. Докажите, что директрисы эллипса, гиперболы и параболы являются полярами соответствующих фокусов.

9. Сформулировать предельный случай теоремы Брианшона, полагая, что стороны (A_1A_6) и (A_5A_6) совпадают.

Вариант 6.

1. Доказать, что на проективной плоскости прямая $a(a_0,a_1,a_2)$ с координатами, заданными относительно репера $R=(A_0,A_1,A_2,E)$, проходит через вершину A_α тогда и только тогда, когда $a_\alpha=0$.

2. Написать формулу преобразования координат при переходе от системы координат $O_1O_2O_3E$ к системе $O_1'O_2'O_3'E$ если $O'_1=O_1$, $O'_2=O_2$, $O'_3=E$, $E'= O_3$.

3. Доказать, что в упорядоченной четвёрке точек прямой перестановка первого и третьего элементов или второго и четвёртого одинаково изменяет сложное отношение этих точек. Как меняется сложное отношение четырёх точек прямой при их круговой перестановке?

4. Убедитесь, что следующие четверки прямых принадлежат одному пучку:

а) a: $x_1-2x_2+x_3=0$, b: $-x_1+x_3=0$, c: $x_1-x_3=0$, d: $x_1-x_2=0$;

в) a: $x_2=0$, b: $x_1-x_2=0$, c: $3x_1-x_2=0$, d: $5x_1-x_2=0$.

Найдите (ab, cd), (ad, bc), (dc, ba).

5. Дана коллинеация χ:

$$\begin{cases} \lambda x_1' = x_1 + 2x_2, \\ \lambda x_2' = x_2 + 2x_3, \\ \lambda x_3' = x_2. \end{cases}$$

Найдите: а) A’- образ точки A(1,1,-2); б) B- прообраз точки B’(-2,-2,1).

6. Задать аналитически проективное преобразование $f: R \to R'$, если E_1' (0,1,2), E_2' (3,-1,4), E_3' (4,0,5), E' (1,2,3).

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2 - xy - x - y = 0$.

8. На евклидовой плоскости даны асимптоты гиперболы и касательная к ней. Постройте точку касания.

9. Сформулировать предельный случай теоремы Паскаля, считая вершины A_1 и A_6 основными.

Вариант 7.

1. Какова особенность расположения прямой (AB) относительно репера $R=(A_0,A_1,A_2,E)$ на проективной плоскости, если в этом репере первые пары координат точек $A(a_0,a_1,a_2)$ и $B=(b_0,b_1,b_2)$ пропорциональны?

2. Записать формулы преобразования координат при переходе от системы $O_1O_2O_3E$ к системе $O_1'O_2'O_3'E$, в исходной системе имеет координаты (−1, 2, 3).

3. Докажите, что прямые l(2,7,4), n(-1,3,0), p(1,10,4), q(3,4,4) принадлежат одному пучку и найдите (ln, pq).

4. Убедитесь, что следующие четверки прямых принадлежат одному пучку:

x_1-$2x_2$+x_3=0, b: -x_1+x_3=0, c: x_1-x_3=0, d: x_1-x_2=0.

Найдите (ab, cd), (ad, bc), (dc, ba).

5. Дана коллинеация χ:

$$\begin{cases} \lambda x_1' = x_1 + 2x_2, \\ \lambda x_2' = x_2 + 2x_3, \\ \lambda x_3' = x_2. \end{cases}$$

Найдите: а) l'- образ прямой l : $2x_1+x_3=0$; б) m-прообраз прямой m': $2x'_1+x'_2+x'_3=0$.

6. В проективном отображении $f: g \to g'$ репер R=(A, B, C) переходит в репер R′=(A′, B′, C′). Построить образ произвольной точки прямой g.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 4y + 4 = 0$.

8. Даны четыре касательные к параболе. Постройте точку касания какой-либо из них.

9. Даны 5 точек овальной линии. Построить касательную в одной из них.

Вариант 8.

1. Какова особенность прямой e(1,1,1) с указанными координатами относительно проективного репера $R=(A_0,A_1,A_2,E)$ на расширенной плоскости, если единичная точка E этого репера является точкой пересечения медиан координатного треугольника $A_0A_1A_2$?

2. Написать формулы преобразования координат, если точки O'_1,O'_2,O'_3, E’ новой системы координат имеют по отношению к старой системе координат следующие координаты: O'_1(1,1,0), O'_2(0,–1,2), O'_3(1,1,1), E'(2,3,–5).

3. В репере $R=(A_1,A_2,A_3,E)$ задана прямая параметрическими уравнениями $x_1=\lambda p_1+\mu q_1$, $x_2=\lambda p_2+\mu q_2$, $x_3=\lambda p_3+\mu q_3$, проходящая через две точки $P(p_1,p_2,p_3)$ и $Q(q_1,q_2,q_3)$. Доказать, что если две точки M_1 и M_2 этой прямой имеют параметры $M_1(\lambda_1,\mu_1)$ и $M_2(\lambda_2,\mu_2)$, то $(PQ,M_1M_2)=\frac{\mu_1\lambda_2}{\lambda_1\mu_2}$.

4. Убедитесь, что следующие четверки прямых принадлежат одному пучку:

a: x_2=0, b: x_1-x_2=0, c: $3x_1$-x_2=0, d: $5x_1$-x_2=0.

Найдите (ab, cd), (ad, bc), (dc, ba).

5. Найти неподвижные точки коллинеации:

$$\begin{cases}\lambda\cdot x_1' = x_1,\\ \lambda\cdot x_2' = x_2,\\ \lambda\cdot x_3' = x_1 - x_3.\end{cases}$$

6. Привести к каноническому виду уравнение линии $(x^1)^2+4x^1x^2+3(x^2)^2+2x^2x^3+3(x^3)^2=0$.

7. Выяснить, является ли уравнение уравнением гиперболы. Если, да, определите их асимптоты: $x^2-2xy+2x-6y-3=0$.

8. Даны три точки параболы и прямая, параллельная оси. Постройте касательную в какой-либо из данных точек.

9. Даны 5 прямых общего положения, которые являются касательными к овальной линии. Построить еще одну касательную.

Вариант 9.

1. Даны координаты точек: A(6,1,10), B(1,0,0), C(2,3,4), D(4,-1,2). Найдите координаты точки пересечения (AB) и (CD).

2. На плоскости даны две системы координат - старая $O_1O_2O_3E$ и новая $O_1'O_2'O_3'E$. Точки O'_1, O'_2, O'_3, E' в старой системе имеют координаты: $O'_1(1,-1,1)$, $O'_2(1,0,1)$, $O'_3(2,1,-3)$, $E'(5,-4,0)$. Найти новые координаты точки M(1,1,1).

3. Найдите двойное отношение (AB,CD), если A(1,-1), B(3,-1), C(7,3), D(5,-3). Разделяют ли пары AB и CD друг друга?

4. Прямые *a* и *b* пересекаются в точке C, прямые *c* и *d* содержат биссектрисы углов, образованных прямыми *a* и *b*.Доказать, что (*ab,cd*)= -1.

5. Дана коллинеация χ:

$$\begin{cases}\lambda\cdot x_1' = x_1 + x_2,\\ \lambda\cdot x_2' = x_2 - x_3,\\ \lambda\cdot x_3' = 2x_2 + x_3.\end{cases}$$

Найдите:

а) образы A′,B′,C′ точек A(2,–1,0), B(1,1,–2), C(0,0,1);

б) прообразы D, E, F точек D′(5,–1,1), E′(0,1,–1), F′(1,–2,3);

6. Найдите аффинные классы следующих квадрик, заданных в аффинных координатах на расширенной евклидовой плоскости уравнениями: а) $x^2-6xy^2+8y^2+2y=0$,

б) $x^2+xy+y^2-1=0$.

7. Найдите уравнение касательной, проведенной к эллипсу $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ в её точке $A(x_0;y_0)$.

8. Дана ось и две точки параболы, не симметричные относительно оси. постройте вершину параболы.

9. Сформулировать предельный случай теоремы Брианшона, полагая, что стороны (A_1A_6) и (A_5A_6) совпадают.

Вариант 10.

1. Даны четыре прямые:

a: $x_1+x_2-4x_3=0$, c: $2x_1-3x_2+x_3=0$,

b: $x_1+x_2+x_3=0$, d: $5x_1+x_2+3x_3=0$.

Найдите уравнение прямой, проходящей через точки пересечения прямых a c b и c c d.

2. Преобразование координат точек задано формулами:

$\rho x_i=a_{i1}x_1'+a_{i2}x_2'+a_{i3}x_3'$, i =1,2,3, причём определитель преобразования $\Delta=|a_{i1}|\neq0$. Найти уравнения, связывающие новые и старые координаты произвольной прямой.

3. Докажите, что для вычисления сложного отношения четырех прямых пучка можно воспользоваться принципом двойственности. Как вычислить сложное отношение четырех

прямых пучка, заданных уравнениями, если воспользоваться определением сложного отношения четырех прямых?

4. Дана коллинеация χ:

$$\begin{cases} \lambda \cdot x_1' = x_1 + x_2, \\ \lambda \cdot x_2' = x_2 - x_3, \\ \lambda \cdot x_3' = 2x_2 + x_3. \end{cases}$$

Найдите:

а) образы A',B',C' точек A(2,–1,0), B(1,1,–2), C(0,0,1);

б) образы a', b', c' прямых a: $x_1+2x_2 - x_3=0$; b: $2x_2 + x_3=0$; c: $x_1=0$;

в) прообраз H квадрики H': $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$.

5. Найдите уравнения коллинеации χ, заданной двумя четвёрками точек:

$A(0,0,1) \to A'(0,0,1)$,

$B(2,0,1) \to B'(2,0,1)$,

$C(1,1,1) \to C'(1,1,0)$,

$D(1,-1,1) \to D'(1,-1,0)$.

6. Написать в однородных координатах уравнение гиперболы, пополненной несобственными точками, найти координаты несобственных точек.

7. Докажите, что асимптоты гиперболы гармонически разделяют любую пару сопряжённых диаметров.

8. Даны три точки параболы и прямая, параллельные ее оси. Постройте ось и вершину параболы.

9. Даны пять точек общего положения. Построить еще одну точку овальной линии, проходящей через данные 5 точек.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Рейтинг-план дисциплины

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный **0**	Максимальный **100**
Модуль 1. Элементы теории множеств и комбинаторика				**50**
Текущий контроль				**40**
1. Аудиторная работа	1	10	0	10
2. Домашняя работа	1	10	0	10
3. Устный опрос	1	20	0	20
Рубежный контроль			**0**	**20**
1. Индивидуальные задания.	1	10	0	10
Модуль .2 Булева алгебра. Элементы теории графов			**0**	**50**
Текущий контроль				**40**
1. Аудиторная работа	1	10	0	10

2. Домашняя работа	1	10	0	10
3. Устный опрос	1	20	0	20
Рубежный контроль			**0**	**10**
1. Индивидуальные задания.	1	10	0	10
Пропуски занятий (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			**0**	**–6**
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			**0**	**–10**
Итоговый контроль				
Зачет				**30**

Критерии оценивания устного ответа

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение доказывать основные теоремы и применять определения, формулы в конкретных случаях.

Критерии оценивания:

1) полнота и правильность ответа;

2) степень осознанности, понимания изученного;

3) языковое оформление ответа.

Студент получает один балл, если:

1) полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
2) понимает и знает идеи доказательств основных теорем;
2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;

Студент не получает баллы, если студент не может ответить на большинство вопросов, вынесенных на занятие.

Оценочные средства	Описание	Критерии оценки
Аудиторная контрольная работа	Письменное выполнение заданий по вариантам в аудитории в установленное время (90 мин.)	Надо выполнить 5 задания из предлагаемых в контрольной работе. . За каждую правильно решенную задачу ставится 5 баллов. Если при решении допущена ошибка вычислительного характера, то 3 балла. Если задача решена частично, то 1 балл. Максимальное количество баллов за контрольную работу - 25.
Индивидуальное задание	Письменное домашнее выполнение индивидуальных заданий по графику	Достаточно решить любые 5 задач. За каждую правильно решенную задачу ставится 2 балла. Если при решении допущена ошибка

		вычислительного характера, то 1 балла. Если задача решена частично, то 1 балл. Максимальное количество баллов, которое можно набрать -10
Устный опрос	Устные ответы студентов на вопросы из списка, который предоставляется заранее	Полный ответ на вопрос оценивается в 2 балов, ответ с недочетами - 1 баллов, слабый ответ - 0 баллов.
Домашняя работа	Письменное выполнение домашней работы предусматривается при подготовке каждому.	Правильно выполненная работа оценивается в 1 балл. В случае невыполнения домашнего задания, студент получает 0 баллов.

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие. Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,

где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично». Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На дифференцированном зачете выставляется оценка: • отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов), • хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов, • удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов, • неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

На зачете выставляется оценка: • зачтено - при накоплении от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов), • не зачтено - при накоплении от 0 до 59 рейтинговых баллов.

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,

где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:
• удовлетворительно - при накоплении от 40 до 59,
• хорошо - при накоплении от 60 до 79,
• отлично – при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов).

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.

Рейтинг-план дисциплины

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный **0**	Максимальный **100**
Модуль 1. Элементы теории множеств и комбинаторика				**50**
Текущий контроль				**40**
1. Аудиторная работа	1	10	0	10
2. Домашняя работа	1	10	0	10
3. Устный опрос	1	20	0	20
Рубежный контроль			**0**	**20**
1. Индивидуальные задания.	1	10	0	10
Модуль .2 Булева алгебра. Элементы теории графов			**0**	**50**
Текущий контроль				**40**
1. Аудиторная работа	1	10	0	10
2. Домашняя работа	1	10	0	10
3. Устный опрос	1	20	0	20
Рубежный контроль			**0**	**10**
1. Индивидуальные задания.	1	10	0	10
Пропуски занятий (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			**0**	**–6**
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			**0**	**–10**
Итоговый контроль				
Зачет				**30**

Критерии оценивания устного ответа

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение доказывать основные теоремы и применять определения, формулы в конкретных случаях.

Критерии оценивания:

1) полнота и правильность ответа;

2) степень осознанности, понимания изученного;

3) языковое оформление ответа.

Студент получает один балл, если:

3) полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
4) понимает и знает идеи доказательств основных теорем;
2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;

Студент не получает баллы, если студент не может ответить на большинство вопросов, вынесенных на занятие.

Оценочные средства	Описание	Критерии оценки
Аудиторная контрольная работа	Письменное выполнение заданий по вариантам в аудитории в установленное время (90 мин.)	Надо выполнить 5 задания из предлагаемых в контрольной работе. . За каждую правильно решенную задачу ставится 5 баллов. Если при решении допущена ошибка вычислительного характера, то 3 балла. Если задача решена частично, то 1 балл. Максимальное количество баллов за контрольную работу - 25.
Индивидуальное задание	Письменное домашнее выполнение индивидуальных заданий по графику	Достаточно решить любые 5 задач. За каждую правильно решенную задачу ставится 2 балла. Если при решении допущена ошибка вычислительного характера, то 1 балла. Если задача решена частично, то 1 балл. Максимальное количество баллов, которое можно набрать -10
Устный опрос	Устные ответы студентов на вопросы из списка, который предоставляется заранее	Полный ответ на вопрос оценивается в 2 балов, ответ с недочетами - 1 баллов, слабый ответ - 0 баллов.
Домашняя работа	Письменное выполнение домашней работы предусматривается при подготовке каждому.	Правильно выполненная работа оценивается в 1 балл. В случае невыполнения домашнего задания, студент получает 0 баллов.

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие. Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,
где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично». Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно

Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов БашГУ:

На дифференцированном зачете выставляется оценка: • отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов), • хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов, • удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов, • неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

На зачете выставляется оценка: • зачтено - при накоплении от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов), • не зачтено - при накоплении от 0 до 59 рейтинговых баллов.

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

$$\text{Рейтинговый балл} = k \times \text{Максимальный балл},$$

где $k = 0{,}2$ при уровне освоения «неудовлетворительно», $k = 0{,}4$ при уровне освоения «удовлетворительно», $k = 0{,}8$ при уровне освоения «хорошо» и $k = 1$ при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:

• отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

• хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,

• удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,

• неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.