

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 30.10.2023 11:35:21
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a196149ad36

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет
Кафедра

Математики и информационных технологий
Фундаментальной математики

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина

Математика

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.13

цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

44.03.04
код

Профессиональное обучение (по отраслям)
наименование направления

Программа

Технологии производственных процессов и их безопасность

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Разработчик (составитель)

кандидат физико-математических наук, доцент
Ваганов В. З.

ученая степень, должность, ФИО

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)	3
2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)	5
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания	25

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
			1	2	3	4	
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Демонстрирует знание теоретических основ и технологии организации учебно-профессиональной, научно-исследовательской и проектной деятельности и иной деятельности обучающихся, демонстрирует научные знания, в том числе в предметной области.	Обучающийся должен: знать основные математические понятия и методы, применяемые в педагогической деятельности, место и роль математики в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	Не знает математические понятия и методы, применяемые в педагогической деятельности, место и роль математики в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	Знает основные математические понятия	Знает основные математические понятия и методы, применяемые в педагогической деятельности	Знает основные математические понятия и методы, применяемые при разработке основных и дополнительных образовательных программ, место и роль математики в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата	Список вопросов № 1 для индивидуального опроса Список вопросов № 2 для индивидуального опроса Самостоятельная работа №1 Домашняя контрольная работа №1

<p>ОПК-8.2. Осуществляет поиск, анализ, интерпретацию научной информации и адаптирует ее к своей педагогической деятельности, использует профессиональные базы данных</p>	<p>Обучающийся должен: уметь применять поиск, анализ, интерпретацию научной информации совершенствовать современный математический аппарат к своей педагогической деятельности, использовать профессиональные базы данных</p>	<p>Не умеет применять поиск, анализ, интерпретацию научной информации совершенствовать современный математический аппарат к своей педагогической деятельности, использовать профессиональные базы данных</p>	<p>Затрудняется в использовании современного математического аппарата к своей педагогической деятельности</p>	<p>Умеет применять современный математический аппарат к своей педагогической деятельности, использовать профессиональные базы данных</p>	<p>Умеет применять поиск, анализ, интерпретацию научной информации совершенствовать современный математический аппарат к своей педагогической деятельности, использовать профессиональные базы данных</p>	<p>Самостоятельная работа №2 Контрольная работа №2 Домашняя контрольная работа №2</p>
<p>ОПК-8.3. Планирует, организует и осуществляет самообразование в психолого-педагогическом направлении и в области преподаваемой дисциплины (модуля) и (или) профессиональной деятельности</p>	<p>Обучающийся должен: владеть математическим инструментарием для решения математических задач для научно-исследовательской работы</p>	<p>Не владеет математическим инструментарием для решения математических задач, чтобы осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>Испытывает затруднения при владении математическим инструментарием, чтобы осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>Владеет с некоторыми ошибками математическим инструментарием, чтобы осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>Уверенно владеет математическим инструментарием для решения математических задач, чтобы осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>Контрольная работа №1 Домашняя контрольная работа №3 Тест №1 Тест №2</p>

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Список вопросов № 1 для индивидуального опроса для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Знания»

1. Числовые множества. Множества действительных чисел. Числовые промежутки. Окрестность точки.
2. Понятие функции. Числовые функции. График функции. Способы задания функций.
3. Основные характеристики функции.
4. Обратная функция. Сложная функция.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Числовая последовательность.
7. Предел числовой последовательности. Предельный переход в неравенствах.
8. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число e . Натуральные логарифмы.
9. Предел функции в точке. Односторонние пределы.
10. Предел при $x \rightarrow \infty$. Бесконечно большая функция.
11. Бесконечно малые функции. Определения и основные теоремы.
12. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Основные теоремы о пределах.
13. Признаки существования пределов.
14. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
15. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и основные теоремы о них.
16. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.
17. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на интервале и на отрезке.
18. Точки разрыва функций и их классификация.

19. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
20. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Список вопросов № 2 для индивидуального опроса для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Знания»

1. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости. Производная. Критерий дифференцируемости. Геометрический и физический смысл дифференцируемости функции, производной и дифференциала.
2. Бесконечные производные, геометрический смысл. Односторонние производные.
3. Арифметические операции над дифференцируемыми функциями. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
4. Производные функций. Дифференцирование обратной функции. Геометрическая интерпретация. Производные обратных тригонометрических функций.
5. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование степенно – показательной функции.
6. Параметрически заданные функции и их дифференцирование.
7. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные формулы для некоторых элементарных функций. Формула Лейбница.
8. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, геометрическая интерпретация, применения, следствия.
9. Локальные и глобальные экстремумы функций. Необходимое условие локального экстремума функции (теорема Ферма, геометрический смысл). Критические точки функции.
10. Правила Лопиталю.
11. Экстремумы функции. Достаточные условия локального экстремума функции.
12. Выпуклые функции. Достаточные условия строгой выпуклости вверх (вниз) на промежутке.
13. Точки перегиба функции. Необходимое, достаточное условия точек перегиба.
14. Первообразная функции. Теорема о первообразных. Неопределенный интеграл, основные свойства.
15. Методы непосредственного интегрирования, подстановки и по частям.

16. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

17. Интегрируемые по Риману функции. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.

18. Свойства определенных интегралов, выражаемые равенствами. Свойства определенных интегралов, выражаемые неравенствами.

19. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность. Существование первообразной для непрерывной функции.

20. Формула Ньютона - Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

21. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Интегрирование четных, нечетных, периодических функций.

Самостоятельная работа №1

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Знания»

Вариант 1

1. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin \pi x}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^x$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 3x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}$; в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$.

Вариант 2

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x - 3x^2}{1 + \pi^2 + 3x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$.

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg}^3 x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\operatorname{ctg} x}}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x^3 - 3}{x - e}.$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2 - 3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{\operatorname{tg}^2 x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg}^2 x}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\sin 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}.$$

Вариант 3

$$1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{1 + x^2} - x \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}.$$

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \alpha) - \cos(x - \alpha)}{x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^x; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}.$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{x^3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2 + e^{3x})}{\ln(3 + e^{2x})}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right); \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x2^x}{1 + x3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

Вариант 4

$$1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{1 + 2x^2} - \frac{x^2}{2x + 1} \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[3]{x - 1} - 2}{x - 9}.$$

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}.$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} 3x} - 1}{\ln(1 - \sin x)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin x)}{3^{\operatorname{tg} x} - 1}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right); \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}.$$

Вариант 5

$$1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x^2} - 1}{x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}.$$

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4(x-\pi)}.$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\ln(1+2x)}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+x+1)}{\ln(x^3+2x+1)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \sin \frac{x-1}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}}{\cos x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}.$$

Вариант 6

$$1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\sqrt{x^2+16} - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\log_2(4x^2+3x) - \log_2(x^2+1) \right].$$

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt{1-\operatorname{tg} x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\sin 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\sin 2x} \right)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 6x}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right); \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

Домашняя контрольная работа №1

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Знания»

1. Дана расширенная матрица системы. Найти решение этой системы и соответствующей ей однородной системы.

$$1) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 5 & 4 & 14 \\ 3 & 1 & -4 & 1 & -7 \\ 2 & 3 & -3 & 6 & -1 \end{array} \right);$$

$$2) \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 3 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 7 \end{array} \right);$$

2. Дана прямая $Ax + By + C = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через заданную точку M_0

1) параллельно данной прямой;

2) перпендикулярно данной прямой.

A	B	C	M_0
1	-2	5	3;-1

3. Для матрицы третьего порядка вычислить ее определитель; найти ее обратную матрицу;

найти собственные значения и собственные вектора: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$;

4. Найти определитель четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix};$$

Самостоятельная работа № 2

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Умения»

Вариант № 1

1. Найти производную функции $y = e^x \arctg e^x - \ln \sqrt{1 + e^{2x}}$.

2. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

3. Найти производную неявно заданной функции

$$\arctg(x^2 + y^2) - \ln(xy) - 1 = 0.$$

4. Найти производную параметрически заданной функции

$$x = \sqrt[3]{1 - \sqrt{t}}, \quad y = \sqrt{1 - \sqrt[3]{t}}.$$

5. Провести исследование и построить график функции $y = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$.

Вариант № 2

1. Найти производную функции $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$.

2. Найти производную функции $y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$.

3. Найти производную неявно заданной функции $\frac{x}{y} + e^{x/y} - 3\sqrt{\frac{x}{y}} - 1 = 0$.

4. Найти производную параметрически заданной функции

$$x = e^{2t} \cos^3 t, \quad y = e^{2t} \sin^3 t.$$

5. Провести исследование и построить график функции $y = \frac{x^4 + 8}{x^3 + 1}$.

Вариант № 3

1. Найти производную функции $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \sqrt{x} + \ln \cos \sqrt{x}$.

2. Найти производную функции $y = (\sin x)^{\operatorname{ctg} x}$.

3. Найти производную неявно заданной функции

$$x^{y^2} + y^2 \ln x - 4 = 0.$$

4. Найти производную параметрически заданной функции

$$x = e^{3t} \cos^2 t, \quad y = e^{3t} \sin^2 t.$$

5. Провести исследование и построить график функции $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$.

Вариант № 4

1. Найти производную функции $y = \ln(\sqrt{2 \sin x + 1} + \sqrt{2 \sin x - 1})$.

2. Найти производную функции $y = (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}$.

3. Найти производную неявно заданной функции

$$\sin\left(\frac{x^2}{y}\right) + \frac{x^2}{y} + \sqrt{x^2 + y^2} - 1 = 0.$$

4. Найти производную параметрически заданной функции

$$x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad x = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}.$$

5. Провести исследование и построить график функции $y = \frac{x^3 - x^2}{(x+1)^2}$.

Домашняя контрольная работа №2

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Умения»

1. Вычислить пределы а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 7}{x - 5x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} 4 \sin x \cdot \operatorname{ctg} 3x$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3)^{\frac{4}{3x-6}}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{5x^2 - 12x - 9}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{\sin \frac{1}{n}}$.

2. Построить график функции. Указать точки разрыва, их тип

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{\frac{2-3x}{x-4}}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = \ln x - x$ на отрезке $x \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]$.

5. Выполнить полное исследование функции $y = \frac{2x}{x^2 + 4}$ и построить график.
6. Вычислить приближенное значение выражения с помощью дифференциалов. $A = \sin 43^\circ$

Контрольная работа №2

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Умения»

1. Вычислить неопределенные интегралы. В пунктах а) и б) результат проверить дифференцированием.

а) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$ б) $\int x^4 \ln x dx$ в) $\int \frac{3 + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ г) $\int \frac{x^2 + 3x + 5}{x(x-1)^2} dx$

2. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость: а) $\int_1^e \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln^2 x}}$;

б) $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными кривыми: а) в декартовой системе координат; б) в полярной системе координат.

а) $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$; б) $\rho = 4 \cos \varphi$, $-\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$

4. Найти длину кривой: а) $y = \ln \sin x$, $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right]$. б) $\begin{cases} x = 1 + 2 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t; \end{cases} t \in [0; \pi]$

5. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sin x$, $y = 2 \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Контрольная работа №1

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Навыки»

Вариант №1

Вычислить интегралы:

1. $\int \sqrt[3]{(3-2x)^2} dx$,

$$2. \int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[2]{\cos^3(x)}} dx,$$

$$3. (\text{интегрировать по частям}) \int x^2 \arccos x dx,$$

$$4. \int \frac{xdx}{(x+1)(x+2)(x+3)},$$

$$5. \int \sin^2 x \cos^4 x dx.$$

Вариант №2

Вычислить интегралы:

$$1. \int \sqrt[4]{(4-3x)^3} dx,$$

$$2. \int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[3]{\cos^4(x)}} dx,$$

$$3. (\text{интегрировать по частям}) \int x^2 \arcsin x dx,$$

$$4. \int \frac{(x-1)dx}{x(x+1)(x+2)},$$

$$5. \int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

Вариант №3

Вычислить интегралы:

$$1. \int \sqrt[5]{(5-4x)^4} dx,$$

$$2. \int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[4]{\cos^5(x)}} dx,$$

$$3. (\text{интегрировать по частям}) \int \frac{\arccos x}{x^2} dx,$$

$$4. \int \frac{(x-2)dx}{x(x^2-1)},$$

$$5. \int \sin^5 x \cos^5 x dx.$$

Вариант №4

Вычислить интегралы:

$$1. \int \sqrt[6]{(6-5x)^5} dx,$$

$$2. \int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[5]{\cos^6(x)}} dx,$$

$$3. (\text{интегрировать по частям}) \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx,$$

$$4. \int \frac{(x-3)dx}{(x-2)(x-1)x},$$

$$5. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx.$$

Вариант №5

Вычислить интегралы:

$$1. \int \sqrt[7]{(7-6x)^6} dx,$$

$$2. \int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[6]{\cos^7(x)}} dx,$$

$$3. (\text{интегрировать по частям}) \int \arctg \sqrt{x} dx,$$

$$4. \int \frac{x^{10} dx}{x^2 + x - 2},$$

$$5. \int \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x} dx.$$

Домашняя контрольная работа №3

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-8 на этапе «Навыки»

Вариант №1

1. Вычислить предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}$.

2. Найти $d^2 z$ функции $z = y^2 \ln(3x)$.

3. Продифференцировать сложную функцию

$$z = e^{x-2y}, \text{ где } x = \sin t, y = t^2.$$

4. Продифференцировать неявную функцию $y = y(x)$, заданную уравнением

$$xe^y + ye^x = 1.$$

5. Исследовать на локальные экстремумы функцию $z = 2xy(3 - 2x + y)$.

Вариант №2

1. Вычислить предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$.

2. Найти $d^2 z$ функции $z = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y}\right)$.

3. Продифференцировать сложную функцию

$$z = x^2 \ln y, \text{ где } x = uv, y = 3u - 2v.$$

4. Продифференцировать неявную функцию $y = y(x)$, заданную уравнением

$$x^3 y - xy^4 + y - 1 = 0.$$

5. Исследовать на локальные экстремумы функцию $z = x^2 - 2xy + 4y^3$.

Вариант №3

1. Вычислить предел

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}.$$

2. Найти $d^2 z$ функции $z = \operatorname{ctg}\left(\frac{y}{x}\right)$.

3. Продифференцировать сложную функцию

$$z = \sin(x^3 + y^3), \text{ где } x = t + 1, y = t^2.$$

4. Продифференцировать неявную функцию $y = y(x)$, заданную уравнением

$$y^3 - 5xy + 8x^2 = 1.$$

5. Исследовать на локальные экстремумы функцию $z = xy(2 + x + y)$.

Вариант №4

1. Вычислить предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} (1 + xy^2)^{\frac{y}{x^4 y + xy^2}}$.

2. Найти $d^2 z$ функции $z = xe^{x-y}$.

3. Продифференцировать сложную функцию

$$z = \ln xy, \text{ где } x = 4v, y = u^2 + v^2.$$

4. Продифференцировать неявную функцию $y = y(x)$, заданную уравнением

$$xy^3 - 2\operatorname{arctg}\sqrt{y} + x^2 = 0.$$

5. Исследовать на локальные экстремумы функцию

$$z = 3xy(2 + x - 2y).$$

Вариант №5

1. Вычислить предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$.

2. Найти $d^2 z$ функции $z = e^{-\frac{x}{y^2}}$.

3. Продифференцировать сложную функцию

$$z = \cos(x^2 + 2y^4), \text{ где } x = t^3, y = t^2 - 1.$$

4. Продифференцировать неявную функцию $y = y(x)$, заданную уравнением

$$2x + \operatorname{arccctgy} - y = 0.$$

5. Исследовать на локальные экстремумы функцию

$$z = 3x^2 y - x^3 - y^4.$$

Тест №1

Задание 1 (выберите один вариант ответа)

Даны векторы $\vec{a} = (8; 4; 1)$ и $\vec{b} = (2; -2; 1)$, тогда их векторное произведение имеет вид...

Варианты ответов

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $6\vec{i} - 6\vec{j} - 24\vec{k}$ | <input type="checkbox"/> $-6\vec{i} + 6\vec{j} + 24\vec{k}$ |
| <input type="checkbox"/> $2\vec{i} - 6\vec{j} - 24\vec{k}$ | <input type="checkbox"/> $16\vec{i} - 8\vec{j} + \vec{k}$ |

Задание 2 (выберите один вариант ответа)

Векторное произведение векторов $\vec{a} = (-3; 6; \alpha)$ и $\vec{b} = (9; \beta; 12)$ равно нулю, если...

Варианты ответов

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\alpha = -4; \beta = -18$ | <input type="checkbox"/> $\alpha = 4; \beta = 18$ |
| <input type="checkbox"/> $\alpha = -4; \beta = 18$ | <input type="checkbox"/> $\alpha = 4; \beta = -18$ |

Задание 3 (выберите один вариант ответа)

Векторное произведение векторов $\vec{a} = (4; \alpha; 6)$ и $\vec{b} = (2; 1; \beta)$ равно нулю, если...

Варианты ответов

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\alpha = 2; \beta = 1/3$ | <input type="checkbox"/> $\alpha = 2; \beta = 1$ |
| <input type="checkbox"/> $\alpha = 2; \beta = 3$ | <input type="checkbox"/> $\alpha = 2; \beta = 4$ |

Задание 4 (выберите один вариант ответа)

Норма вектора $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ в пространстве \mathbb{R}^3 равна ...

Варианты ответов

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 14 | <input type="checkbox"/> 10 | <input type="checkbox"/> 100 | <input type="checkbox"/> -10 |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|

Задание 5 (выберите один вариант ответа)

Длина вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ равна ...

Варианты ответов

- 2 3 $\sqrt{5}$ $\sqrt{7}$

Задание 6 (выберите один вариант ответа)

Векторы $\vec{a} = (1; -2; \alpha; 2)$ и $\vec{b} = (-2; 4; 6; -4)$ параллельны, если α равно...

Варианты ответов

- 3 -6 -1 3

Задание 7 (выберите несколько вариантов ответов)

Для векторов $\vec{a} = \{1; 0; -3\}$ и $\vec{b} = \{-6; 1; 2\}$ справедливы утверждения ...

Варианты ответов

- векторы \vec{a} и \vec{b} не перпендикулярны.
 вектор \vec{a} перпендикулярен оси OY .
 вектор \vec{b} параллелен оси OX .
 вектор \vec{a} образует тупой угол с осью OZ .
 векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

Задание 8 (выберите варианты согласно тексту задания)

Установите соответствие между парами векторов \vec{a} и \vec{b}

А $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \left(1; \frac{1}{2}; m\right)$

В $\vec{a} = (m; -1; 3)$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$

С $\vec{a} = (2; m; -6)$, $\vec{b} = (-1; 2; 3)$

и значениями m , при которых они коллинеарны

- (1) $m=-0,5$ (2) $m=-1$ (3) $m=-4$ (4) $m=0,5$ (5) $m=1$

Тест №2

Задание 9 (выберите несколько вариантов ответов)

Для векторов $\vec{a} = \{3; 0; -2\}$ и $\vec{b} = \{-2; 2; -3\}$ справедливы утверждения ...

Варианты ответов

- векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.
- вектор \vec{b} параллелен оси OX .
- вектор \vec{a} перпендикулярен оси OY .
- векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны.

Задание 10 (выберите несколько вариантов ответов)

В евклидовом пространстве R^3 вектор $\vec{a} = \left(\lambda; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ является нормированным при значениях λ , равных ...

Варианты ответов

- $\sqrt{\frac{2}{3}}$
- $-\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{3}$

Задание 11 (выберите один вариант ответа)

Если $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 8\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$, тогда вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет вид...

Варианты ответов

- $2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$
- $2\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k}$
- $2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$
- $2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$

Задание 12 (выберите варианты согласно тексту задания)

Укажите соответствие между заданным вектором

A (2,4) **B** (6,4) **C** (3,1) **D** (0, -2)

и соответствующим ему нормированным вектором

- (1) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ (2) $\left(\frac{3}{\sqrt{13}}, \frac{2}{\sqrt{13}}\right)$ (3) $\left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$
 (4) $(0, -1)$ (5) $(1, 2)$

Задание 13 (выберите один вариант ответа)

Упрощение выражения $\overline{AC} - \overline{BC} + \overline{PM} - \overline{AP} + \overline{BM}$ приводит его к виду ...

Варианты ответов

- $2\overline{PM}$ \overline{AP} \overline{PM} \overline{AC}

Задание 14 (выберите варианты согласно тексту задания)

Укажите соответствие между заданным вектором

- A** $(1, 0)$ **B** $(1, 1)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(3, 4)$

и соответствующим ему нормированным вектором

- (1) $(1, 0)$ (2) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (3) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$
 (4) $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ (5) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Задание 15 (выберите варианты согласно тексту задания)

Пусть $\vec{a} = (3; -1; 2)$ и $\vec{b} = (-1; 1; -2)$. Установите соответствие между элементами двух множеств

- | | | | |
|----------|----------------------|-----|---------------------------------|
| A | $\vec{a} + \vec{b}$ | (1) | $2\vec{i}$ |
| B | $2\vec{a} - \vec{b}$ | (2) | $\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ |
| C | $\vec{a} - 2\vec{b}$ | (3) | $(-2, 0, 0)$ |
| | | (4) | $(7, -3, 6)$ |
| | | (5) | $(5, -3, 6)$ |

Экзаменационные билеты¹

Структура экзаменационного билета:

экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов и трех задач. Список вопросов к экзамену прилагается.

Вопросы к экзамену(1 семестр)

1. Матрицы. Операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
2. Определители, их основные свойства. Решение систем с помощью определителей.
3. Ранг матрицы. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
4. Обратная матрица и ее вычисление. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
5. Векторы. Основные операции над векторами. Понятие коллинеарности и компланарности.
6. Проекция вектора на ось. Свойства скалярных проекций. Направляющие косинусы вектора.
7. Компланарность векторов. Разложение вектора в пространстве.
8. Скалярное произведение векторов. Основные свойства и приложения.
9. Векторное произведение векторов. Основные свойства и приложения.
10. Смешанное произведение трех векторов. Вычисление и приложения.
11. Полярная система координат на плоскости. Связь с декартовой системой координат. Параметрическое задание линии на плоскости.
12. Различные уравнения прямой в плоскости.
13. Окружность. Эллипс, основные понятия, формулы.
14. Гипербола, основные понятия, формулы.
15. Парабола, основные понятия, формулы.
16. Различные уравнения плоскости.
17. Прямая в пространстве. Пересечение прямой с плоскостью.
18. Поверхности второго порядка.(Уравнение, вид поверхности)
19. Функция. Элементарные свойства функций: монотонность, ограниченность, четность, периодичность.
20. Понятие обратной функции. Особенность расположения графиков прямой и обратной функции. Функции a^x и $\log_a x$, $\sin x$ и $\arcsin x$, $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{arctg} x$, $\cos x$ и $\arccos x$, x^n и $x^{1/n}$.
21. Элементарные преобразования графиков.
22. Последовательность. Основные понятия (ограниченность, монотонность). Предел последовательности. Геометрический смысл существования предела.
23. Бесконечно малые последовательности. Их основные свойства. Бесконечно большие последовательности, связь с бесконечно малыми.
24. Основные теоремы о пределе последовательности (единственность, необходимое условие сходимости, арифметические операции и т. д.)
25. Предел функции в точке. Односторонние пределы, основная теорема.
26. Непрерывность функции в точке и на множестве. Классификация точек разрыва.
27. Свойства функций, непрерывных на отрезке
28. Первый замечательный предел, следствия. Эквивалентные БМФ.
29. Второй замечательный предел. Следствия. Эквивалентные БМФ.

Вопросы к экзамену(2 семестр)

1. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой.
2. Определение непрерывности функции в точке на языке приращений. Необходимое условие дифференцируемости.
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.
4. Таблица производных основных элементарных функций.

5. Частные производные функции двух переменных. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности. Дифференциал функции двух переменных.
6. Понятие о производных высших порядков. Дифференцирование параметрически заданных функций.
7. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям. Дифференциал функции двух переменных.
8. Теоремы о среднем дифференциального исчисления. Их геометрический смысл.
9. Связь между монотонностью и дифференцируемостью функций.
10. Понятие об экстремуме. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
11. Выпуклость кривой. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
12. Асимптоты к кривой. Основные виды асимптот. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на множестве.
13. Схема полного исследования функций (основные формулы и теоремы).
14. Первообразная. Неопределенный интеграл, основные свойства. Теорема существования.
15. Таблица основных интегралов, ее обоснование. Принцип независимости вида первообразной от переменной интегрирования.
16. Интегрирования по частям в неопределенных интегралах.
17. Замена переменной в неопределенном интеграле.
18. Задача о площади криволинейной трапеции. Задача о пройденном пути. Понятие определенного интеграла, его физический и геометрический смысл.
19. Понятие определенного интеграла, его основные свойства.
20. Интеграл с переменным верхним пределом, основные свойства.
21. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Примеры.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;

- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;

- **10-16 баллов** выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с

пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;

- **0-10 баллов** выставляется студенту, если он отказался от ответа или не смог ответить на вопросы билета, ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Рейтинг-план дисциплины (1 семестр)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1			0	35
Текущий контроль			0	20
1. Индивидуальный опрос № 1	2	10	0	20
Рубежный контроль			0	15
2. Самостоятельная работа №1	3	5	0	15

Модуль 2			0	35
Текущий контроль			0	20
2. Тест №1	2	10	0	20
Рубежный контроль			0	15
1. Домашняя работа №1	3	5	0	15
Поощрительные баллы			0	10
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Публикация статей			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль			0	30
Экзамен			0	30

Рейтинг-план дисциплины (2 семестр)

Виды учебной деятельности студентов	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1			0	35
Текущий контроль			0	20
2. Тест №2	2	7	0	14
3. Самостоятельная работа №2	3	2	0	6
Рубежный контроль			0	15
1. Домашняя работа №2	3	5	0	15
Модуль 2			0	35
Текущий контроль			0	20
1. Индивидуальный опрос № 2	2	10	0	20
Рубежный контроль			0	15
1. Домашняя работа №3	3	3	0	9
2. Контрольная работа №2	3	2	0	6
Поощрительные баллы			0	10

1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Публикация статей			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных занятий			0	-6
2. Посещение практических (семинарских, лабораторных занятий)			0	-10
Итоговый контроль			0	30
Экзамен			0	30

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = $k \times$ Максимальный балл,

где $k = 0,2$ при уровне освоения «неудовлетворительно», $k = 0,4$ при уровне освоения «удовлетворительно», $k = 0,8$ при уровне освоения «хорошо» и $k = 1$ при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.