

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Сыров Игорь Анатольевич
Должность: Директор
Дата подписания: 04.09.2023 11:42:21
Уникальный программный ключ:
b683afe664d7e9f64175886cf9626a198149ad36

СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет
Кафедра

Математики и информационных технологий
Фундаментальной математики

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина

Алгебра и геометрия

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.13

цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

01.03.02

Прикладная математика и информатика

код

наименование направления

Программа

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2023 г.

Разработчик (составитель)

кандидат физико-математических наук, доцент

Биккулова Г. Г.

ученая степень, должность, ФИО

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)	3
2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)	6
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания	12

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
			1	2	3	4	
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Использует базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук; основные определения, формулировки и свойства изучаемых информационных систем; формулировки алгоритмов решения типовых задач.	Обучающийся должен знать определения основных понятий, утверждения и алгоритмы изучаемых разделов алгебры и геометрии.	Обучающийся не знает и (или) не понимает определения основных понятий, утверждения и алгоритмы изучаемых разделов дисциплины.	Обучающийся либо знает некоторые определения основных понятий, утверждения и алгоритмы изучаемых разделов дисциплины, либо знает большую часть, но при этом не показывает глубокого понимания материала.	Обучающийся знает определения основных понятий, утверждения и алгоритмы изучаемых разделов дисциплины, но при этом допускает неточности в формулировках.	Обучающийся показывает знание и понимание определений основных понятий, утверждений и алгоритмов изучаемых разделов дисциплины.	Коллоквиум
	ОПК-1.2. Применяет фундаментальные	Обучающийся должен уметь, используя	Обучающийся не умеет решать	Обучающийся умеет решать некоторые	Обучающийся умеет решать все типовые	Обучающийся решает как типовые	

	знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	определения, свойства алгебраических и геометрических объектов, проводить связанные с ними исследования; применять аппарат алгебры, векторный метод и метод координат к доказательству теорем и решению прикладных задач.	типовые задачи.	типовые задачи и допускает ошибки.	задачи, понимает связь алгоритмов решения с теорией.	задачи, так и задачи повышенной сложности.	
ОПК-1.3.	Реализует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в	Обучающийся должен владеть навыками решения типовых задач с применением алгебраических методов, методов векторов и метода	Обучающийся не владеет навыками решения типовых задач.	Обучающийся владеет не в полной мере навыками решения типовых задач и допускает ошибки.	Обучающийся владеет навыками решения типовых задач на хорошем уровне.	Обучающийся владеет навыками решения типовых задач на высоком уровне.	Контрольная работа

	профессиональной деятельности.	координат.					
--	-----------------------------------	------------	--	--	--	--	--

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

**Перечень вопросов к коллоквиуму
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1
на этапе «Знания»**

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
3. Определители n -ого порядка.
4. Свойства определителей.
5. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
6. Ранг матрицы.
7. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
10. Ступенчатые матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы.
11. Вычисление ранга матрицы приведением к ступенчатому виду.
12. Обратимые матрицы и их свойства.
13. Элементарные матрицы. Теоремы об элементарных матрицах.
14. Вычисление обратной матрицы приведением к единичной матрице.
15. Вычисление обратной матрицы через определители.
16. Основные понятия теории систем линейных уравнений.
17. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования СЛУ.
18. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Матричный способ решения СЛУ.
21. Правило Крамера.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Определение вектора, операции над векторами, их свойства.
2. Линейная зависимость векторов. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
3. Базис векторного пространства. Координаты вектора относительно данного базиса. Свойства координат.
4. Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении.
5. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Примеры.

6. Прямая на плоскости, заданная точкой и направляющим вектором, каноническое и параметрическое уравнение.
7. Прямая, заданная двумя точками. Уравнение прямой в отрезках. Примеры.
8. Прямая на плоскости, заданная точкой и ортогональным вектором.
9. Общее уравнение прямой. Направляющий и ортогональный вектор прямой, заданной общим уравнением.
10. Прямая на плоскости, заданная точкой и угловым коэффициентом.
11. Угол между прямыми на плоскости, заданными направляющими векторами, ортогональными векторами, общими уравнениями, угловыми коэффициентами. Примеры.
12. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
13. Различные уравнения плоскости в пространстве. Уравнение плоскости, заданной точкой и двумя направляющими векторами. Уравнение плоскости, заданной тремя точками. Примеры.
14. Общее уравнение плоскости и его исследование.
15. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
16. Эллипс. Определение эллипса, вывод уравнения, исследование формы эллипса по его уравнению. Эксцентриситет, директрисы и директориальное свойство эллипса. Касательная к эллипсу. Примеры.
17. Гипербола. Определение гиперболы, вывод уравнения, исследование формы гиперболы по ее уравнению. Асимптоты, эксцентриситет, директрисы и директориальное свойство гиперболы. Касательная к гиперболе. Примеры.
18. Парабола. Определение параболы, вывод уравнения, исследование формы параболы по ее уравнению. Различные виды канонического уравнения параболы. Касательная к параболе. Примеры.
19. Общее уравнение линии второго порядка в прямоугольной декартовой системе координат. 9 канонических уравнений линий второго порядка.
20. Центр линии второго порядка. Примеры.
21. Пересечение линии второго порядка с прямой. Касательная линии второго порядка.

**Перечень заданий домашних контрольных работ
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1
на этапе «Умения»**

Домашняя контрольная работа №1

1. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса. Является ли система совместной и определенной. Ответ обосновать.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 12x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 = -1 \\ 6x_1 + x_2 - 2x_4 = -2 \\ 6x_1 - 7x_2 + 21x_3 + 4x_4 = 3 \\ 9x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 3 \\ 12x_1 - 6x_2 + 21x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

3. Пользуясь критерием совместимости, установить совместность или несовместность системы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 3x_4 = -1 \\ 5x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 3 \\ 9x_1 + 2x_2 + 34x_3 + 23x_4 = 3 \\ 7x_1 + 4x_2 + 26x_3 + 20x_4 = 4 \end{cases}$$

4. Вычислить ранг матрицы проведением к ступенчатому виду.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти матрицу, обратную заданной

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Домашняя контрольная работа №2

1. В тетраэдре $ABCD$ точка M – центр тяжести грани BCD , K и L – середины ребер AD и BD соответственно. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{KL}$ в базисе $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}$.

2. Найти длину биссектрисы BD треугольника ABC , если известно, что $AB = 2$, $BC = 3$, $\angle ABC = 60^\circ$.

3. Доказать, что если векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны, то $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$.

4. Доказать, что в четырехугольнике с взаимно перпендикулярными диагоналями сумма площадей квадратов, построенных на одной паре противоположных сторон, равна сумме площадей квадратов, построенных на другой паре таких сторон.

5. Найти угол между скрещивающимися диагоналями двух смежных граней куба.

**Перечень заданий контрольных работ
для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1
на этапе «Владения»**

Контрольная работа №1

1. Выяснить, является ли (в пространстве матриц второго порядка с действительными элементами) матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

линейной комбинацией матриц A_1, A_2, A_3, A_4 .

$$A_1 = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 15 & -14 \end{pmatrix}.$$

2. Является ли система векторов линейно зависимой

$$a_1 = (6; 3; -7; 8; -6), \quad a_2 = (4; 3; 6; 2; -2), \quad a_3 = (4; 1; 1; -5; 6), \quad a_4 = (18; 12; 11; 14; -12).$$

3. Показать, что вектора a_1, a_2, a_3, b образуют базис пространства \mathbb{R}^3 и найти координаты векторов b в этом базисе.

$$a_1 = (4; 5; 2), \quad a_2 = (-1; 4; 2), \quad a_3 = (3; 0; 1), \quad b = (5; 7; 8).$$

4. Определить является ли подпространством пространства V его подмножеством L

$$V = M_2(\mathbb{R}), \quad L = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

5. Найти фундаментальную систему решений однородной системы.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа №2

1. По координатам концов двух отрезков AB и CD выяснить, имеют ли они общую точку: 1) $A(3,1), B(-2,0), C(0,1), D(-3,2)$; 2) $A(1,0), B(2,4), C(3,0), D(0,6)$.

2. Даны пересекающиеся прямые $x-3y+5=0, 2x+y-3=0$. Найти систему неравенств, определяющих внутреннюю область того угла между этими прямыми, которой принадлежит точка $M(-4,15)$.

3. Даны уравнения двух сторон треугольника и координаты точки пересечения высот: $x - 2y + 1 = 0$, $3x + y - 4 = 0$, $H(-2, -1)$. Найдите координаты вершин.

4. Докажите, что четырехугольник тогда и только тогда является трапецией, когда его точка пересечения диагоналей, точка пересечения прямых, содержащих противоположные стороны, и середины двух других противоположных сторон лежат на одной прямой.

5. Длины диагоналей ромба равны $2a$ и $2b$. Найдите длину его высоты.

Перечень вопросов к экзамену

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
3. Определители n -ого порядка.
4. Свойства определителей.
5. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
6. Ранг матрицы.
7. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
8. Элементарные преобразования матрицы.
9. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях.
10. Ступенчатые матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы.
11. Вычисление ранга матрицы приведением к ступенчатому виду.
12. Обратимые матрицы и их свойства.
13. Элементарные матрицы. Теоремы об элементарных матрицах.
14. Вычисление обратной матрицы приведением к единичной матрице.
15. Вычисление обратной матрицы через определители.
16. Основные понятия теории систем линейных уравнений.
17. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования слу.
18. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
19. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Матричный способ решения СЛУ.
21. Правило Крамера.
22. Скалярное произведение векторов. Определение. Вычисление его в координатах. Примеры.
23. Скалярное произведение векторов. Определение. Примеры. Свойства скалярного произведения векторов.
24. Векторное произведение векторов.
25. Смешанное произведение векторов.
26. Применение векторов к решению задач. Алгоритм применения векторов. Примеры.
27. Аффинная и прямоугольная декартова система координат. Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах.

28. Формула преобразования координат на плоскости. Матрица перехода. Левый и правый базисы.
29. Полярные координаты. Простейшие задачи, решаемые в полярных координатах. Цилиндрические и сферические системы координат.
30. Алгебраическая линия и поверхность. Порядок линии. Примеры.
31. Линии первого и второго порядков на плоскости.
32. Эллипс, гипербола, парабола. Определение, вывод канонического уравнения. Свойства. Изображение.
33. Взаимное расположение линии второго порядка и прямой на плоскости. Асимптотические направления. Центр и касательная к линии второго порядка. Главные направления. Главные диаметры.
34. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
35. Инварианты линии второго порядка и их применение для классификации.
36. Уравнения плоскости. Примеры.
37. Аффинные и метрические задачи о плоскостях.
38. Метод координат в пространстве. Алгоритм применения. Примеры.
39. Поверхности вращения. Вывод уравнения. Примеры.
40. Цилиндрические поверхности. Вывод уравнения. Примеры.
41. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
42. Эллипсоид.
43. Однополостный гиперболоид. Определение. Сечения. Свойства. Изображение.
44. Эллиптический параболоид. Определение. Сечения. Свойства. Изображение.
45. Гиперболический параболоид. Определение. Сечения. Свойства. Изображение.
46. Двуполостный гиперболоид. Определение. Асимптотический конус. Сечения. Свойства. Изображение.
47. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Образец экзаменационного билета

1. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования СЛУ.
2. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Примеры.
3. Определить вид поверхности второго порядка, заданного уравнением

$$x^2 + 2y^2 - z^2 + 2x - 4y + 2z + 1 = 0.$$

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

$$\text{Рейтинговый балл} = k \times \text{Максимальный балл},$$

где $k = 0,2$ при уровне освоения «неудовлетворительно», $k = 0,4$ при уровне освоения «удовлетворительно», $k = 0,8$ при уровне освоения «хорошо» и $k = 1$ при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:

- отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
- хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
- удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
- неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.