СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Факультет ***Математики и информационных технологий***
Кафедра ***Фундаментальной математики***

Оценочные материалы по дисциплине (модулю)

дисциплина ***Математический анализ***

Блок Б1, обязательная часть, Б1.О.12
цикл дисциплины и его часть (обязательная часть или часть, формируемая участниками образовательных отношений)

Направление

01.03.02 ***Прикладная математика и информатика***
код наименование направления

Программа

Программирование мобильных, облачных и интеллектуальных систем

Форма обучения

Очная

Для поступивших на обучение в
2020 г.

Разработчик (составитель)
кандидат физико-математических наук, доцент
Вагапов В. З.
ученая степень, должность, ФИО

Стерлитамак 2023

1. Перечень компетенций, индикаторов достижения компетенций и описание показателей и критериев оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Формируемая компетенция (с указанием кода)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)	Показатели и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)				Вид оценочного средства
1	2	3	4				5
			неуд.	удовл.	хорошо	отлично	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; основные определения, формулировки и свойства изучаемых информационных систем; формулировки алгоритмов решения типовых задач	Обучающийся должен: знать основные научные факты, термины и понятия, законы, теории и концепции естественнонаучного знания; место математического анализа в системе наук	Не знает основные научные факты, термины и понятия, законы, теории и концепции естественнонаучного знания; место математики в системе наук.	Имеет частичное представление об основных научных фактах, терминах и понятиях, законах, теории и концепции естественнонаучного знания; месте математики в системе наук.	Имеет хорошее представление об основных научных фактах, терминах и понятиях, законах, теории и концепции естественнонаучного знания; месте математики в системе наук.	Имеет четкое, целостное представление об основных научных фактах, терминах и понятиях, законах, теории и концепции естественнонаучного знания; месте математики в системе наук.	Индивидуальный опрос на лекции Выполнение заданий домашней работы по практике Тест “Введение в математический анализ” Аудиторная контрольная работа «Вычисление пределов» Домашняя контрольная работа “Неопределенный интеграл”

							Итоговое тестирование по теме “Дифференциальное исчисление функции многих переменных”
	ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Обучающийся должен: Уметь: 1) анализировать информацию по математике из различных источников с разных точек зрения; 2) структурировать, оценивать, представлять информацию в доступном для других виде; 3) использовать знания, полученные при изучении других дисциплин	Не умеет: 1) анализировать информацию по математике из различных источников с разных точек зрения; 2) структурировать, оценивать, представлять информацию в доступном для других виде; 3) использовать знания, полученные при изучении других дисциплин	В целом успешное, но не систематическое умение: 1) анализировать информацию по математике из различных источников с разных точек зрения; 2) структурировать, оценивать, представлять информацию в доступном для других виде; 3) использовать знания, полученные при изучении	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы: 1) анализировать информацию по математике из различных источников с разных точек зрения; 2) структурировать, оценивать, представлять информацию в доступном для других виде; 3) использовать знания, полученные	Сформированное умение: 1) анализировать информацию по математике из различных источников с разных точек зрения; 2) структурировать, оценивать, представлять информацию в доступном для других виде; 3) использовать знания, полученные при изучении других дисциплин	Индивидуальный опрос на лекции Выполнение заданий домашней работы по практике Аудиторная контрольная работа “Производная и исследование функции одной переменной” Аудиторная контрольная работа “ Неопределенный интеграл” Аудиторная контрольная

		естественнонаучного цикла.	естественнонаучного цикла.	других дисциплин естественнонаучного цикла.	при изучении других дисциплин естественнонаучного цикла.	естественнонаучного цикла.	работа “Числовые ряды” Аудиторная контрольная работа “Кратные интегралы”
	ОПК-1.3. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; навыками выбора методов решения задач в профессиональной деятельности; навыками работы в современных операционных	Обучающийся должен: владеть навыками математического моделирования, навыками выбора и применения инструментальных средств для обработки данных, навыками интерпретации полученных в процессе анализа результатов и формулирования выводов и рекомендаций	Не владеет: способами приобретать новые знания по математике, в т.ч. используя современные информационные и коммуникационные технологии	Частично владеет: способами приобретать новые знания по математике, в т.ч. используя современные информационные и коммуникационные технологии	В основном владеет: способами приобретать новые знания по математике, в т.ч. используя современные информационные и коммуникационные технологии	Уверенно владеет: способами приобретать новые знания по математике, в т.ч. используя современные информационные и коммуникационные технологии	Индивидуальный опрос на лекции Выполнение заданий домашней работы по практике Аудиторная контрольная работа “Определенный интеграл” Итоговое тестирование по теме “Ряды” Аудиторная контрольная работа “Поверхностные интегралы”

	системах; различными аналитическим и и приближенны ми методами решения простых профессиональ ных задач.						

2. Оценочные средства, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Тест "Введение в математический анализ"

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»

1) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt{x^3 - 1}$:

а) $(0;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $(1;\infty)$; г) $[1;\infty)$.

2) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 1}}$:

а) $(0;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $(1;\infty)$; г) $[1;\infty)$.

3) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt[4]{x^5 - 1}$:

а) $(0;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $(1;\infty)$; г) $[1;\infty)$.

4) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt{x^2 + 1}$:

а) $(-\infty;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $(1;\infty)$; г) $[1;\infty)$.

5) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt{x^2 - 1}$:

а) $(-\infty;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $(1;\infty)$; г) $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$.

6) Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt{1 - x^2}$:

а) $(-\infty;\infty)$; б) $[0;\infty)$; в) $[-1;1]$; г) $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$.

7) Какова область значений функции $y = \frac{3}{x^2 + 1}$:

а) $(-\infty;3)$; б) $(-\infty;3]$; в) $(0;3)$; г) $(0;3]$.

8) Какова область значений функции $y = -3e^{x^2}$:

а) $(-\infty;-3)$; б) $(-\infty;-3]$; в) $(-3;0)$; г) $(-3;0]$.

9) Какова область значений функции $y = 3|\sin x|$:

а) $(-\infty;3)$; б) $(-\infty;3]$; в) $[0;3]$; г) $(0;3]$.

10) Какое из перечисленных свойств относится к функции $y = x\cos x$:

а) функция является чётной; б) функция является нечётной; в) функция является функцией общего вида; г) функция является периодической.

11) Какое из перечисленных свойств относится к функции $y = x\sin x$:

а) функция является чётной; б) функция является нечётной; в) функция является функцией общего вида; г) функция является периодической.

12) Какое из перечисленных свойств относится к функции $y = x + \cos x$:

а) функция является чётной; б) функция является нечётной; в) функция является функцией общего вида; г) функция является периодической.

13) Указать, чему равен наименьший положительный период функции $y = 3\cos(2x + \frac{\pi}{5})$:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) π; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) 2π.

14) Указать, чему равен наименьший положительный период функции $y = \cos(4x + \frac{\pi}{3})$:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) π; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) 2π.

15) Указать, чему равен наименьший положительный период функции
$y = \cos^2 2x - \sin^2 2x$:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) π; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) 2π.

16) Какая из перечисленных функций является обратной для функции $y = \sqrt[3]{x-1}$ на промежутке $(-\infty; \infty)$:

а) $y = x^3 - 1$; б) $y = -x^3 + 1$; в) $y = x^3 + 1$; г) $y = \sqrt{x^3 + 1}$.

17) Какая из перечисленных функций является обратной для функции $y = \sqrt{x+2}$ на промежутке $[-2; \infty)$:

а) $y = x^2 - 2$; б) $y = -x^2 + 2$; в) $y = x^2 + 2$; г) $y = \sqrt{x^2 + 2}$.

18) Какая из перечисленных функций является обратной для функции $y = \log_4(x-2)$ на промежутке $(2; \infty)$:

а) $y = 4^x - 2$; б) $y = 4^{x-2}$; в) $y = 4^{x+2}$; г) $y = 4^x + 2$.

19) Какая из перечисленных линий является графиком функции $y = -\frac{1}{5}x^6 - 7$:

а) кубическая парабола; б) квадратичная парабола; в) гипербола; г) экспонента.

20) Какая из перечисленных линий является графиком функции $y = \frac{1}{2}x^5 - 3$:

а) кубическая парабола; б) квадратичная парабола; в) гипербола; г) экспонента.

21) Какая из перечисленных линий является графиком функции $y = \frac{x+3}{2x-3}$:

а) кубическая парабола; б) квадратичная парабола; в) гипербола; г) экспонента.

22) График функции $y=10x^6$ получен из графика функции $y=10(x-4)^6$:

а) параллельным переносом на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс; б) параллельным переносом на 4 единицы вправо вдоль оси абсцисс; в) параллельным переносом на 4 единицы вниз вдоль оси ординат; г) параллельным переносом на 4 единицы вверх вдоль оси ординат.

23) График функции $y=10x^6$ получен из графика функции $y=10(x+4)^6$:

а) параллельным переносом на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс; б) параллельным переносом на 4 единицы вправо вдоль оси абсцисс; в) параллельным переносом на 4 единицы вниз вдоль оси ординат; г) параллельным переносом на 4 единицы вверх вдоль оси ординат.

24) График функции $y=10x^6$ получен из графика функции $y=10x^6-4$:

а) параллельным переносом на 4 единицы влево вдоль оси абсцисс; б) параллельным переносом на 4 единицы вправо вдоль оси абсцисс; в) параллельным переносом на 4 единицы вниз вдоль оси ординат; г) параллельным переносом на 4 единицы вверх вдоль оси ординат.

25) График функции $y=\sin x$ получен из графика функции $y=\sin\frac{1}{2}x$:

а) растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс; б) растяжением в 2 раза вдоль оси ординат; в) сжатием в 2 раза вдоль оси абсцисс; г) сжатием в 2 раза вдоль оси ординат.

26) График функции $y=\sin x$ получен из графика функции $y=\sin 2x$:

а) растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс; б) растяжением в 2 раза вдоль оси ординат; в) сжатием в 2 раза вдоль оси абсцисс; г) сжатием в 2 раза вдоль оси ординат.

27) График функции $y=\sin x$ получен из графика функции $y=\frac{1}{2}\sin x$:

а) растяжением в 2 раза вдоль оси абсцисс; б) растяжением в 2 раза вдоль оси ординат; в) сжатием в 2 раза вдоль оси абсцисс; г) сжатием в 2 раза вдоль оси ординат.

28) Какое из перечисленных утверждений истинно? Функция $y=\sqrt{x^2+4}$ на всей области определения является:

а) неубывающей; б) невозрастающей; в) неотрицательной; г) неположительной.

29) Какое из перечисленных утверждений истинно? Функция $y=-\frac{4}{x^2+1}$ на всей области определения является:

а) неубывающей; б) невозрастающей; в) неотрицательной; г) неположительной.

30) Какое из перечисленных утверждений истинно? Функция $y=\sqrt{x+4}$ на всей области определения является:

а) неубывающей; б) невозрастающей; в) неотрицательной; г) неположительной.

31) Последовательность $\{a_n\}$, заданная формулой $n-$го члена $a_n = \dfrac{n}{n+1}$ является:

а) возрастающей; б) убывающей; в) неограниченной; г) невозрастающей.

32) Последовательность $\{a_n\}$, заданная формулой $n-$го члена $a_n = \dfrac{1}{n+1}$ является:

а) возрастающей; б) убывающей; в) неограниченной; г) неубывающей.

33) Последовательность $\{a_n\}$, заданная формулой $n-$го члена $a_n = (-2)^n$ является:

а) возрастающей; б) неубывающей; в) неограниченной; г) ограниченной.

Аудиторная контрольная работа «Вычисление пределов» для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»

Вариант 1

1. $a)\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x+1}{3x^2+x+4}$; $\quad б)\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$; $\quad в)\ \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$;

$г)\ \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 4x}$; $\quad д)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+5}\right)^{x-1}$. $\quad$ **е)** $\lim\limits_{x\to 0}x^2 ctg^2 3x$;

Вариант 2

1. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x^2-x-2)^2}{x^3-3x^2+4}$ $\quad$ б) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{10-x-6\sqrt{1-x}}{(2+\sqrt[3]{x})^2}$ $\quad в)\ \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$;

г) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{e^{\frac{\sqrt[3]{1-x^2}}{2}}-e^{\sqrt[3]{x+2}}}{arctg(x+3)}$ $\quad$ **д)** $\lim\limits_{x\to 0}(2-e^{x^2})^{\frac{1}{1-\cos\pi x}}$ $\quad$ **е)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3^{\sqrt{2+x+x^2}}-9}{\arcsin\dfrac{x+2}{2}}$

Домашняя контрольная работа “Неопределенный интеграл” для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»

Вычислить неопределенные интегралы:

Вариант 1

$\int\dfrac{7^x}{\cos^2(7^x)}dx$	$\int\dfrac{x}{\sin(4+x^2)}dx$	$\int\dfrac{dx}{\sqrt{x}+3\sqrt[4]{x}}$

$\int \frac{tg(\sqrt[5]{x^3}+3)}{\sqrt[5]{x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2(3x+7)}$	$\int \frac{x^4-x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}dx$
$\int e^{\arcsin x}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{3x-2}{x^2+3x+2}\ dx$	$\int \frac{x^3+x^2+3x+3}{x^4+5x^2+6}dx$
$\int \frac{1}{x^2}\cdot\sin\left(3+\frac{1}{x}\right)dx$	$\int \frac{4x-1}{\sqrt{12x-4x^2-5}}dx$	$\int \frac{dx}{2\sin x-\cos x}$
$\int \cos\left(\sqrt{x}+1\right)\frac{dx}{\sqrt{x}}$	$\int x^2e^{4x}\ dx$	$\int \frac{dx}{1+2\cos^2 x}$
$\int \sqrt[3]{\cos^5 3x}\cdot\sin 3x\ dx$	$\int \arcsin 5x\ dx$	$\int \sin 2x\sin 3x\ dx$

Вариант 2

$\int 3^{\sqrt{x}}\frac{dx}{\sqrt{x}}$	$\int \frac{\sin 2x}{4-\cos^2 2x}dx$	$\int \frac{\sqrt{x}-9}{3\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}dx$
$\int \frac{2^x}{\sin^2 2^x}dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt{ctg^2 x-25}}$	$\int \frac{2x^4-4x^3+3x^2-3x+1}{x^4-2x^3+x^2}dx$
$\int \sqrt[5]{\sin^3 2x}\cos 2x dx$	$\int \frac{x+7}{x^2+5x+7}dx$	$\int \frac{-3x}{x^4+5x^2+4}dx$
$\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}dx$	$\int \frac{5x-2}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{1+2\sin x}$
$\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4}dx$	$\int x\cos 7x dx$	$\int \frac{dx}{2\sin^2 x+9\cos^2 x}$
$\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}}dx$	$\int \ln(x^2+2)dx$	$\int \sin 5x\sin 6x\ dx$

Вариант 3

$\int \frac{dx}{(\arcsin x)^2\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{\cos 2x}{25+\sin^2 2x}dx$	$\int \frac{1+\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}dx$
$\int e^{ctgx}\frac{dx}{\sin^2 x}$	$\int \frac{3^x dx}{\sqrt{1-3^{2x}}}$	$\int \frac{x^4-3x^3+4x^2-3x+2}{x^3-3x^2+2x}dx$
$\int \frac{\sin x}{4-\cos^2 x}dx$	$\int \frac{7x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}dx$	$\int \frac{-2x}{x^4+4x^2+3}dx$
$\int \frac{x^3}{\cos^2(x^4-1)}dx$	$\int \frac{3x+1}{2x^2+5x-3}dx$	$\int \frac{dx}{\sin x+\cos x}$
$\int 5^{\sin 2x}\cos 2x dx$	$\int xe^{7x}dx$	$\int \frac{dx}{1+8\cos^2 x}$

$\int \frac{1}{x^2} tg \frac{1}{x} dx$	$\int x \cdot arctg 2x dx$	$\int \sin 4x \cos 2x \; dx$

Вариант 4

$\int \sin(\sqrt{x}+2)\frac{dx}{\sqrt{x}}$	$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} tg(\sqrt[3]{x}-5)dx$	$\int \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x}}dx$
$\int 2^{x^3} x^2 dx$	$\int \frac{e^{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}}dx$	$\int \frac{2x^3+2x^2+2x+1}{x^4+x^3}dx$
$\int \frac{5^x}{\cos^2 5^x}dx$	$\int \frac{x}{x^2+3x+3}dx$	$\int \frac{x^5+x^4+5x^3+5x^2+7x+6}{x^4+5x^2+6}dx$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{4-tg^2 x}}$	$\int \frac{5x+7}{\sqrt{x^2+13x+43}}dx$	$\int \frac{dx}{3-\cos x}$
$\int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}+5\right)}{x^2}dx$	$\int x^2 \sin 7x dx$	$\int \frac{dx}{2-\cos^2 x}$
$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x+25}dx$	$\int x^2 \ln x dx$	$\int \cos 3x \cos 6x \; dx$

Вариант 5

$\int \frac{e^x\sqrt{arctg(e^x)}}{1+e^{2x}}dx$	$\int \frac{x}{\cos^2(5x^2+1)}dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}$
$\int \frac{dx}{x\sqrt{2-\ln^2 x}}$	$\int \frac{7^x dx}{3+7^{2x}}$	$\int \frac{3x^4-4x^3-x^2-x-2}{x^4-2x^3}dx$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sin\sqrt{x}}$	$\int \frac{x+5}{\sqrt{4-4x^2-4x}}dx$	$\int \frac{8x}{x^4+10x^2+9}dx$
$\int e^{\sin 3x}\cos 3x dx$	$\int \frac{4x-1}{x^2-5x+6}dx$	$\int \frac{dx}{2-2\sin x}$
$\int \frac{\ln x}{x(\ln^2 x-9)}dx$	$\int x^2 \cos 7x dx$	$\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$
$\int \frac{\sin 2x}{4-\cos^2 2x}dx$	$\int arctg 2x dx$	$\int \sin 4x \sin 5x \; dx$

Вариант 6

$\int \frac{x^3 dx}{\sin^2(x^4-5)}$	$\int \frac{\cos 2x}{\sqrt{4-\sin^2 2x}}dx$	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}dx$
$\int e^{arctg 2x}\frac{dx}{1+4x^2}$	$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+16}}dx$	$\int \frac{x^4-6x^3+13x^2-15x+11}{x^3-6x^2+11x-6}dx$
$\int 5^x \frac{dx}{3+5^{2x}}$	$\int \frac{2x+3}{x^2+6x+12}dx$	$\int \frac{2x}{x^4+6x^2+8}dx$

$\int \frac{1}{\sqrt{x}} ctg\left(\sqrt{x}-3\right) dx$	$\int \frac{3x+4}{\sqrt{4x^2+12x+9}} dx$	$\int \frac{dx}{3\sin x - \cos x}$
$\int \frac{dx}{\sin^2(2x+7)}$	$\int x^2 e^{7x} dx$	$\int \frac{dx}{1+\cos^2 x}$
$\int \frac{2\cos^2 x \sin x}{\cos^3 x + 2} dx$	$\int \arcsin 2x dx$	$\int \sin 3x \cos 2x \; dx$

Вариант 7

$\int \frac{\sqrt{(1+arctg 3x)^5}}{1+9x^2} dx$	$\int \frac{1}{x} \cos(\ln x + 5) dx$	$\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}$
$\int \frac{dx}{\sin(2x+4)}$	$\int \frac{3^x dx}{\cos^2(3^x)}$	$\int \frac{x^4-3x^2+2x-2}{x^3-x^2-2x} \; dx$
$\int e^{x^8} x^7 dx$	$\int \frac{3x+3}{x^2+5x+6} dx$	$\int \frac{-4}{x^4+6x^2+5} dx$
$\int 7^{tgx} \frac{dx}{\cos^2 x}$	$\int \frac{x-7}{\sqrt{-x^2+10x-21}} dx$	$\int \frac{dx}{1+2\cos x}$
$\int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}+4\right)}{x^2} dx$	$\int x \sin 5x dx$	$\int \frac{dx}{2\sin^2 x + \cos^2 x}$
$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x^{3/2}}$	$\int \arccos 3x dx$	$\int \cos 3x \cos 4x \; dx$

Вариант 8

$\int \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$	$\int \frac{\arcsin^5 2x dx}{\sqrt{1-4x^2}}$	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}} dx$
$\int \frac{x}{\sin(5x^2+7)} dx$	$\int e^{ctg 3x} \frac{dx}{\sin^2 3x}$	$\int \frac{2x^2-5x+1}{x^4-2x^3+2x-1} dx$
$\int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}$	$\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+16x+22}} dx$	$\int \frac{3x^4+24x^2-6x+21}{x^4+8x^2+7} dx$
$\int \frac{\cos 3x \sin 3x}{\cos^2 3x + 5} dx$	$\int \frac{3x-4}{4x^2+4x+10} dx$	$\int \frac{dx}{1-2\sin x}$
$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x - 5}}$	$\int x \cos 5x dx$	$\int \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$
$\int \frac{5^x dx}{\sin^2 5^x}$	$\int \ln(x^2+3) dx$	$\int \sin 4x \sin 6x \; dx$

Вариант 9

$\int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt{\sin^2 2x - 4}}$	$\int 7^{\cos 3x} \sin 3x dx$	$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}} dx$

$\int \frac{\sin\left(7-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{dx}{x\sin^2(\ln x)}$	$\int \frac{x^4-3x^2+2x+2}{x^3+x^2-2x}dx$
$\int \frac{dx}{\sin(2x+1)}$	$\int \frac{x+4}{x^2+3x+2}dx$	$\int \frac{3x^2-2x^3-4x+15}{x^4+7x^2+10}dx$
$\int \frac{e^{\arccos x}dx}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{3x-5}{\sqrt{12x-4x^2-5}}dx$	$\int \frac{dx}{\sin x+2\cos x}$
$\int \frac{4-\sin 2x}{8x+\cos 2x}dx$	$\int xe^{5x}dx$	$\int \frac{dx}{3+\cos^2 x}$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x(9+tg^2x)}$	$\int x\cdot arctg3xdx$	$\int \sin 2x\cos 3x\ dx$

Вариант 10

$\int \frac{\cos(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{dx}{x(\ln^2 x+16)}$	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$
$\int \frac{5^{ctg3x}dx}{\sin^2 3x}$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x\sqrt{1-tg^2x}}$	$\int \frac{x^5+x^4-x^2+x+1}{x^4+x^3}dx$
$\int \frac{x^3dx}{\sin^2 x^4}$	$\int \frac{2x+7}{x^2+10x+29}dx$	$\int \frac{14}{x^4+11x^2+18}dx$
$\int x\sin(x^2+7)dx$	$\int \frac{x-3}{\sqrt{9x^2+6x-1}}dx$	$\int \frac{dx}{2+\cos x}$
$\int e^{\cos 5x}\sin 5xdx$	$\int x^2\sin 5xdx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x+2\cos^2 x}$
$\int \cos 5x\cdot\sqrt[5]{\sin^7 5x}dx$	$\int x^3\ln xdx$	$\int \cos 5x\cos 3x\ dx$

Вариант 11

$\int \frac{\sin 6x}{1+\cos^2 3x}dx$	$\int 3^{\sin 2x}\cos 2xdx$	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}dx$
$\int \left(4+3x^2\right)^{15}xdx$	$\int \frac{x^3}{\cos^2 x^4}dx$	$\int \frac{x^3+x-2}{x^4-2x^3}dx$
$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}\sin\sqrt[3]{x}}$	$\int \frac{e^{tgx}dx}{\cos^2 x}$	$\int \frac{x^5+3x^3+2x+1}{x^4+3x^2+2}dx$
$\int \frac{(x+1)}{\sin^2(5+2x+x^2)}dx$	$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{4-e^{4x}}}dx$	$\int \frac{dx}{1+3\sin x}$
$\int \sin 2x\cdot tg(\cos 2x)dx$	$\int \frac{2x+3}{\sqrt{6x-x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x+2}$
$\int 3^{2x}\sin 3^{2x}dx$	$\int \frac{5x+4}{x^2+5x-6}dx$	$\int \sin 3x\sin 6x\ dx$

Вариант 12

$\int x^3 \cdot ctg(x^4)dx$	$\int \frac{\sin 3x}{1+\cos^2 3x}dx$	$\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}}dx$
$\int \frac{x^2}{\sin(x^3+5)}dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 3x\sqrt{ctg^2 3x-9}}$	$\int \frac{x^5-x^2+x-1}{x^3-x}dx$
$\int \frac{e^{tg2x}dx}{\cos^2 2x}$	$\int \frac{\sin 2x}{9-\cos^2 2x}dx$	$\int \frac{2x^3+3x^2+3x+2}{x^4+2x^3}dx$
$\int \frac{1}{x}tg(\ln 2x)\ dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}\cos^2(4+\sqrt{x})}$	$\int \frac{dx}{\sin x-\cos x}$
$\int 5^{\sqrt{x}}\frac{dx}{\sqrt{x}}$	$\int \frac{4x-5}{4x^2+4x+10}dx$	$\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$
$\int \frac{7^x dx}{\sin^2 7^x}$	$\int \frac{7x-1}{\sqrt{x^2+4x+8}}dx$	$\int \sin 3x\cos 5x\ dx$

Вариант 13

$\int \frac{dx}{\arcsin^3 x\cdot\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}\cos^2(4+\sqrt{x})}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$
$\int \frac{\sin 5x}{4-\cos^2 5x}dx$	$\int \frac{e^{ctg2x}dx}{\sin^2 2x}$	$\int \frac{x^5-x^4-x^2-x+1}{x^4-2x^3+x^2}dx$
$\int \frac{2}{x^3}tg\frac{1}{x^2}dx$	$\int \frac{x+6}{x^2-4x+3}dx$	$\int \frac{3x^2+7}{x^4+4x^2+3}dx$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x\sin^2(ctgx)}$	$\int \frac{3x+7}{\sqrt{6x-x^2-5}}dx$	$\int \frac{dx}{2-\cos x}$
$\int \frac{x}{(x^2+4)\ln(x^2+4)}\ dx$	$\int x\sin 3xdx$	$\int \frac{dx}{2\sin^2 x+7\cos^2 x}$
$\int \frac{\cos 3x}{25+\sin^2 3x}dx$	$\int \arccos 4xdx$	$\int \cos 3x\cos 2x\ dx$

Вариант 14

$\int \frac{e^{\arccos 3x}}{\sqrt{1-9x^2}}dx$	$\int \frac{tg(\sqrt[3]{x}+3)}{\sqrt[3]{x^2}}dx$	$\int \frac{2dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$
$\int \frac{x^3}{\sin x^4}dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2(3-2x)}$	$\int \frac{-x^5+x^4-5x^3+5x^2-6x+6}{x^4+4x^2+3}dx$
$\int \frac{3^x dx}{\cos^2 3^x}$	$\int \frac{3x-5}{\sqrt{4x^2-4x+6}}dx$	$\int \frac{-x^3+4x^2-x+2}{x^4-2x^3+2x-1}dx$

$\int \frac{\sin(\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{7x+1}{x^2+8x+20}dx$	$\int \frac{dx}{1-\sin x}$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt{9-tg^2 x}}$	$\int x\cos 3x dx$	$\int \frac{dx}{2-\sin^2 x}$
$\int \frac{5}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}+7\right)dx$	$\int \ln(x^2+4)dx$	$\int \sin 3x \sin 5x\ dx$

Вариант 15

$\int \frac{\sin 3x}{4-\cos^2 3x}dx$	$\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt{3-\ln^2 x}}$	$\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}dx$
$\int \frac{2^x}{3+2^{2x}}dx$	$\int \frac{\ln x}{x\cdot(\ln^2 x+5)}dx$	$\int \frac{x^4-x^3+3x-2}{x^3-x^2-2x}dx$
$\int \frac{\cos(\ln x+5)}{x}dx$	$\int \frac{x+6}{x^2+2x-3}dx$	$\int \frac{x^3+x^2+x+9}{x^4+10x^2+9}dx$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sin^2(\sqrt{x}+2)}$	$\int \frac{4x+3}{\sqrt{1+4x-x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{\sin x-2\cos x}$
$\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3+3)}dx$	$\int x\cdot e^{3x}dx$	$\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x}$
$\int e^{\sin 3x}\cdot\cos 3x dx$	$\int x\cdot arctg 4x dx$	$\int \sin 3x\cos 4x\ dx$

Вариант 16

$\int 5^{\frac{1}{x}}\cdot\frac{dx}{x^2}$	$\int e^{arctg 2x}\frac{dx}{1+4x^2}$	$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$
$\int \frac{3dx}{x\cdot\cos^2(\ln 2x)}$	$\int \frac{ctg(\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{2x^2-5x+1}{x^3-6x^2+11x-6}dx$
$\int \frac{dx}{\sin^2(3x-1)}$	$\int \frac{3x+1}{x^2-3x+2}dx$	$\int \frac{x^5+3x^4+x^3+x+1}{x^4+x^3}dx$
$\int \frac{x^2}{\sin^2(x^3+1)}dx$	$\int \frac{2x-3}{\sqrt{7+6x+x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{3+2\cos x}$
$\int 3^x\cdot\cos(3^x)\ dx$	$\int x^2\sin 3x\ dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x+4\cos^2 x}$
$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{e^{2x}+3}}dx$	$\int x^4\cdot\ln x\ dx$	$\int \cos 2x\cos 7x\ dx$

Вариант 17

$\int \frac{\sqrt{(1+arctg 2x)^3}}{4x^2+1}\ dx$	$\int \frac{x^2}{\sin^2(1-2x^3)}dx$	$\int \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}dx$

$\int ctg(e^{2x}+5)\cdot e^{2x}dx$	$\int \frac{5^x}{9+5^{2x}}dx$	$\int \frac{2x^2-x+2}{x^4-2x^3}dx$
$\int \frac{\cos(\ln 3x)}{x}\ dx$	$\int \frac{x-5}{x^2+5x+7}\ dx$	$\int \frac{x^5+x^4+7x^3+5x^2+10x+4}{x^4+6x^2+5}dx$
$\int \frac{tg(\sqrt[3]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}}dx$	$\int \frac{4x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{2+\sin x}$
$\int 4^x\cdot\frac{dx}{\cos^2 4^x}$	$\int x^2\cos 3x\ dx$	$\int \frac{dx}{3+\sin^2 x}$
$\int \frac{1}{x^2}\sin\left(1+\frac{1}{x}\right)\ dx$	$\int arctg 4x\ dx$	$\int \sin 3x\sin 4x\ dx$

Вариант 18

$\int 5^{ctg 2x}\frac{dx}{\sin^2 2x}$	$\int \frac{x}{\cos^2(x^2+5)}dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}}$
$\int \frac{2}{x^3}\sin\frac{1}{x^2}dx$	$\int \frac{dx}{x\cdot\sqrt{5-\ln^2 x}}$	$\int \frac{-2x^3+5x^2-2}{x^3-3x^2+2x}dx$
$\int \frac{9x^2}{\sin(6x^3+3)}dx$	$\int \frac{3x+5}{2x^2+5x-3}\ dx$	$\int \frac{dx}{x^4+8x^2+7}$
$\int \frac{\arcsin^3 4x}{\sqrt{1-16x^2}}\ dx$	$\int \frac{5x-1}{\sqrt{9+4x+x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{\cos x-\sin x}$
$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 2x-5}}dx$	$\int x^2e^{3x}\ dx$	$\int \frac{dx}{1-3\cos^2 x}$
$\int \cos(e^{3x}-5)\cdot e^{3x}dx$	$\int \arcsin 4x\ dx$	$\int \sin 3x\cos 7x\ dx$

Вариант 19

$\int 5^{\cos 2x}\cdot\sin 2x dx$	$\int \frac{x}{\sin(x^2+5)}dx$	$\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}dx$
$\int \frac{4^x dx}{\cos^2 4^x}$	$\int \frac{dx}{x\cdot\sin^2(\ln 2x)}$	$\int \frac{x^5-3x^4+3x^3-x^2-2x+1}{x^4-2x^3+x^2}dx$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}}\sin(5-\sqrt{x})\ dx$	$\int \frac{2x-3}{x^2+3x+3}\ dx$	$\int \frac{3x}{x^4+7x^2+10}dx$
$\int \frac{e^{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}}dx$	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{43+13x+x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{1-3\cos x}$
$\int \frac{\cos 3x}{\sqrt{\sin^2 3x-16}}dx$	$\int x\sin 4x\ dx$	$\int \frac{dx}{2\sin^2 x+3\cos^2 x}$

$\int \frac{16x+3\cos 3x}{8x^2+\sin 3x}dx$	$\int \arccos 5x\ dx$	$\int \cos 2x \cos 5x\ dx$

Вариант 20

$\int 7^{ctg 2x}\frac{dx}{\sin^2 2x}$	$\int e^{3x}ctg(e^{3x})\ dx$	$\int \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}dx$
$\int \frac{x^4}{\sin^2 x^5}dx$	$\int \frac{dx}{x\cdot(\ln^2 x+4)}$	$\int \frac{-x^4+2x^3+3x^2-x+1}{x^3-x}\ dx$
$\int \frac{\cos(\sqrt{x}+5)}{\sqrt{x}}dx$	$\int \frac{6x+3}{x^2-5x+6}\ dx$	$\int \frac{2x^3-6x^2+7x-1}{x^4-2x^3+2x-1}dx$
$\int \frac{x}{\cos^2(x^2+2)}dx$	$\int \frac{2x+5}{\sqrt{4-4x-4x^2}}dx$	$\int \frac{dx}{2+2\sin x}$
$\int 7^x\cdot tg(7^x)\ dx$	$\int x\cos 4x\ dx$	$\int \frac{dx}{3\sin^2 x+1}$
$\int \frac{dx}{\cos^2 3x\cdot\sqrt{1-tg^2 3x}}$	$\int \ln(5+x^2)\ dx$	$\int \sin 2x \sin 4x\ dx$

Итоговое тестирование по теме "Дифференциальное исчисление функции многих переменных"

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Знания»

1. Координатной плоскостью (пространством) называется :

M множество точек на осях координат;

N множество точек M (x,y) (M(x,y,z));

P плоскость (пространство), для которых определено расстояние между двумя точками M' и M'' по формулам:

$$\rho(\grave{I}\ \ ,M'')=\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}\ ,$$

$$(\ \rho(M',M)=\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2+(z''-z')^2}\ ).$$

2. Если каждой точке M плоскости (пространства) ставится в соответствие по известному закону некоторое число U, то это означает:

M область задания (определения) функции U=f(M);

N множество значений функции U=f(M);

P задание функции U=f(M).

3. Число b называется предельным значением функции U=f(M) в точке A по Коши, если для любого положительного ε>0 найдется соответствующее δ>0 такое, что для всех точек M, удовлетворяющих условию:

M $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) = \sqrt{(x_a - x_m)^2 + (y_a - y_m)^2 + (z_a - z_m)^2} < \varepsilon$, справедливо 0< $\left| f(M) - b \ \right| < \delta$;

N $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) = \sqrt{(x_a - x_m)^2 + (y_a - y_m)^2 + (z_a - z_m)^2} < \delta$, справедливо 0< $\left| f(M - b) \ \right| > \varepsilon$;

P $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) = \sqrt{(x_a - x_m)^2 + (y_a - y_m)^2 + (z_a - z_m)^2} < \delta$, справедливо 0< $\left| f(M) - b \ \right| > \varepsilon$.

4. Функция U=f(M) называется непрерывной в точке A, если для любого ε >0 можно указать такое δ>0 при $\rho(A,M) = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2 + (z_M - z_A)^2}$, что для всех точек M, удовлетворяющих условию:

M $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) < \varepsilon$, справедливо $\left| f(M) - b \ \right| < \delta$;

N $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) < \delta$, справедливо $\left| f(M) - b \ \right| > \varepsilon$;

P $\rho(\text{À},\text{Ì}\ ) < \delta$, справедливо $\left| f(M) - b \ \right| < \varepsilon$.

5. Полное приращение Δ и частное приращение Δx функции двух переменных U=f(x,y) в точке M(x,y) имеют вид:

M $\Delta = f(x + \Delta x; y) - f(x; y);\quad \Delta x = f(x + \Delta x; y) - f(x, y);$

N $\Delta = f(x + \Delta x; y + \Delta y) - f(x; y);\quad \Delta x = f(x; y + \Delta y) - f(x, y);$

P $\Delta = f(x + \Delta x; y + \Delta y) - f(x; y);\quad \Delta x = f(x + \Delta x; y) - f(x, y)$.

6. Частные производные $\dfrac{\partial U}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial U}{\partial y}$ функции U=f(x,y) равны, по определению:

M $\dfrac{\partial U}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x; y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta x};\qquad \dfrac{\partial U}{\partial y} = \lim\limits_{\Delta y \to 0} \dfrac{f(x; y + \Delta y) - f(x + \Delta x, y)}{\Delta y};$

N $\dfrac{\partial U}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x}{f(x + \Delta x; y) - f(x, y)};\qquad \dfrac{\partial U}{\partial y} = \lim\limits_{\Delta y \to 0} \dfrac{\Delta y}{f(x; y + \Delta y) - f(x, y)};$

P $\dfrac{\partial U}{\partial x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x; y) - f(x, y)}{\Delta x};\qquad \dfrac{\partial U}{\partial y} = \lim\limits_{\Delta y \to 0} \dfrac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}.$

7. Функция U=f(x,y) называется дифференцируемой в данной точке M(x,y), если ее полное приращение в этой точке представлено в виде :

M $\mathrm{U}(x + \Delta x; y + \Delta y) - U(x, y) = A(x, y)\Delta x + B(x, y)\Delta y + O(\varsigma),$ где $\varsigma = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$;

N $\mathrm{U}(x + \Delta x; y + \Delta y) - U(x, y) = \dfrac{\partial U}{\partial x}\Delta y + \dfrac{\partial U}{\partial y}\Delta x + O(\varsigma)$;

P $\quad \mathrm{U}(x+\Delta x; y+\Delta y)-U(x,y)=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\Delta y}{\Delta x}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{\Delta x}{\Delta y}+O(\varsigma)$.

8. Если функция U=f(x,y) имеет непрерывные частные производные по всем аргументам в окрестности точки $M_0(x_0,y_0)$, то $\Delta U = dU(x_0,y_0)+O(\varsigma)$, где :

M $\quad dU(x_0,y_0)=\frac{\partial U(x_0,y_0)}{\partial x}+\frac{\partial U(x_0,y_0)}{\partial y};$

N $\quad dU(x_0,y_0)=\frac{\partial U(x_0,y_0)}{\partial x}dx+\frac{\partial U(x_0,y_0)}{\partial y}dy;$

P $\quad dU(x_0,y_0)=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{dx}{dy}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{dy}{dx}.$

9. Если функция U=U(x,y) дифференцируема в точке $M_0(x_0,y_0)$, а функции x=$\varphi(t)$ и $y=\psi(t)$ дифференцируемы в точке t_0, тогда функция U(x,y) дифференцируема в точке t_0 и частная производная вычисляется по формуле:

M $\quad \frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{dy}{dt};$

N $\quad \frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial t}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial U}{\partial t}\frac{dy}{dt};$

P $\quad \frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{dx}{dt}.$

10. Если функция U=f(x,y,z) задана в некоторой окрестности точки $M_0(x_0,y_0,z_0)$ и через эту точку проведено произвольное направление l, то производная $\frac{\partial U(M_0)}{\partial l}$ по направлению l, вычисляется по формуле:

M $\quad \frac{\partial U}{\partial l}=\frac{\partial l}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial l}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial l}{\partial z}\cos\gamma,$

где $\vec{S_0}=\cos\alpha\,\vec{i}+\cos\beta\,\vec{j}+\cos\gamma\,\vec{k}$ - направляющий вектор l;

N $\quad \frac{\partial U}{\partial l}=\cos\alpha dx+\cos\beta dy+\cos\gamma dz;$

P $\quad \frac{\partial U}{\partial l}=\frac{\partial U}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial U}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial U}{\partial z}\cos\gamma.$

11. Градиентом функции U=f(x,y,z) в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ называется:

M $\quad gradU=\frac{\partial U}{\partial x}dx+\frac{\partial U}{\partial y}dy+\frac{\partial U}{\partial z}dz;$

N $gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k};$

P $gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial U}{\partial y}\cos\beta + \frac{\partial U}{\partial z}\cos\gamma.$

12. Градиент функции U=f(x,y,z) в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ характеризует:

M направление и величину максимального роста этой функции в точке M_0;

N направление и величину минимального роста этой функции в точке M_0;

P направление и величину постоянного значения f(x,y,z)=c.

Аудиторная контрольная работа “Производная и исследование функции одной переменной”

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

1. Найти производную функции
$$y = e^x arctge^x - \ln\sqrt{1+e^{2x}}.$$
2. Найти производную функции
$$y = (\sin x)^{tgx}.$$
3. Найти производную неявно заданной функции
$$arctg(x^2+y^2) - \ln(xy) - 1 = 0.$$
4. Найти производную параметрически заданной функции
$$x = \sqrt[3]{1-\sqrt{t}},\ y = \sqrt{1-\sqrt[3]{t}}.$$
5. Найти производную порядка $y^{(20)}$, если $y = x^2e^{2x}$.

Вариант 2

1. Найти производную функции
$$y = \frac{\cos x}{\sqrt[3]{x^2}} - 5x^3 arcctgx.$$
2. Найти производную функции
$$y = (\cos 2x)^{tg5x}.$$
3. Найти производную неявно заданной функции
$$x^2 - 2xy + y^3 = 0.$$
4. Найти производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1, \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1. \end{cases}$
5. Найти производную порядка $y^{(10)}$, если $y = x^2e^{3x}$.

Аудиторная контрольная работа “ Неопределенный интеграл”

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

Вычислить интегралы:

1. $\int \sqrt[3]{(3-2x)^2}\,dx$, 2. $\int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[2]{\cos^3(x)}}dx$, 3. $\int x^2 \arccos x dx$, 4. $\int \frac{xdx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$,

5. $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$.

Вариант 2

Вычислить интегралы:

1. $\int \frac{e^{\arccos 3x}}{\sqrt{1-9x^2}}dx$, 2. $\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3+3)}dx$, 3. $\int x \cdot arctg 4x dx$, 4. $\int \frac{x^3+x^2+x+9}{x^4+10x^2+9}dx$,

5. $\int \frac{5}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}+7\right)dx$.

Аудиторная контрольная работа “Числовые ряды”

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^2-3n+8}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)^3}$, г) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{\sqrt{n^3+7}}$.

Вариант 2

Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+4}tg\frac{1}{\sqrt{n}}$., б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$., в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n(n+1)!}{(2n)!}$., г) $\sum_{n=2}^{\infty}\sqrt[3]{n}\cdot tg\frac{n-1}{n^3-n}$..

Аудиторная контрольная работа “Кратные интегралы”

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Умения»

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_{-2}^{-1}dy\int_{-\sqrt{2+y}}^{0}f(x,y)\,dx+\int_{-1}^{0}dy\int_{-\sqrt{-y}}^{0}f(x,y)\,dx$.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{D} x\,y\,dx\,dy$ по области D, определяемой условиями $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$.

3. Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} 15\,(x^2 + z^2)\;dx\;dy\;dz$, если область V ограничена поверхностями $z = x + y,\; x + y = 1,\; x = 0,\; y = 0,\; z = 0$.

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{\sqrt{2}/2} dy \int\limits_{y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int\limits_{-\sqrt{2}/2}^{0} dy \int\limits_{-y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{G} (x - y)dxdy$, где G – треугольник с вершинами (1;1), (4;1), (4;4).

3. Вычислить интеграл $\iiint\limits_{G} f(x,y,z)dxdydz$, если: $f(x,y,z) = \dfrac{x}{1 + y^2 + z^2}$, область G ограничена круговым параболоидом $x = y^2 + z^2$ и конической воронкой $x = \sqrt{y^2 + z^2}$.

Аудиторная контрольная работа “Определенный интеграл” для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Владения»

Вариант 1

1. Вычислить определенные интегралы

а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{3\sin x + 2\cos x}{(2\sin x - 3\cos x)^3}\,dx$; б) $\int_{-1}^{2} 3x^2 \cdot \ln(2 + x)\,dx$; в) $\int_0^{3} \dfrac{15x}{\sqrt[4]{(5x+1)^3} + \sqrt[4]{5x+1}}\,dx$.

2. Вычислить площади фигур, ограниченные линиями: $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, $\dfrac{2\pi}{3} \le t \le \dfrac{4\pi}{3}$.

3. Вычислить длины дуг кривых: $\rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}},\; 0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{3}$.

Вариант 2

1. Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{e^x}{1 + e^{2x}}dx$; б) $\int\limits_{0}^{-3} \dfrac{dx}{\sqrt{25 + 3x}}$; в) $\int\limits_{1}^{e} \dfrac{\sin(\ln x)}{x}dx$.

2. Вычислить площади фигур, ограниченные линиями: $y = 2x - x^2 + 3,$ $y = x^2 - 4x + 3.$

3. Вычислить длины дуг кривых: $\rho = 2e^{\frac{2\varphi}{3}}$, $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

Итоговое тестирование по теме "Ряды"

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Владения»

1. Укажите ряд, для которого не выполняется необходимый признак сходимости ряда.

1) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$

2) $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{n^2}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\cdots+\frac{n-1}{n}+\cdots$

4) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\cdots+\frac{1}{2n+1}+\cdots$

5) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\cdots+\frac{n}{n^2+1}+\cdots$

2. Укажите ряд, для которого выполняется необходимый признак сходимости ряда.

1) $0{,}01+0{,}01+\cdots+0{,}01+\cdots$

2) $2+\frac{5}{4}+\frac{10}{9}+\cdots+\frac{n^2+1}{n^2}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\cdots+\frac{n-1}{n}+\cdots$

4) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}\cdots+\frac{n}{2n+1}+\cdots$

5) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\cdots+\frac{n}{n^2+1}+\cdots$

3. Укажите ряд, который сходится.

1) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$

2) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{n-1}{n}+\cdots$

4) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\cdots+\frac{1}{2n}+\cdots$

5) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\cdots+\frac{n}{n^2+1}+\cdots$

4. Укажите ряд, который расходится.

1) $1+\frac{1}{\sqrt{2^3}}+\frac{1}{\sqrt{3^3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^3}}+\cdots$

2) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{n-1}{n}+\cdots$ 4) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{6^2}\cdots+\frac{1}{(2n)^2}+\cdots$

5) $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}+\cdots$

5. Среди данных рядов укажите геометрический ряд.

1) $\cos 1+\cos\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{4}+\cdots+\cos\frac{1}{2^n}+\cdots$ 2) $1-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{3^n}{2^n}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}+\cdots$ 4) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{6^2}\cdots+\frac{1}{(2n)^2}+\cdots$

5) $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{3}{2}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{n-1}{\sqrt{n}}+\cdots$

6. Среди данных рядов укажите сходящийся геометрический ряд.

1) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\cdots$

2) $1-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{3^n}{2^n}+\cdots$

3) $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1}+\cdots$

4) $\sin\frac{1}{2^2}+\sin\frac{1}{4^2}+\sin\frac{1}{8^2}+\cdots+\sin\frac{1}{(2^n)^2}+\cdots$

5) $\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{3}}+\frac{5}{2}-\cdots+(-1)^n\cdot\frac{n+1}{\sqrt{n}}+\cdots$

7. Среди данных рядов укажите расходящийся геометрический ряд.

1) $1+\frac{1}{\sqrt{2^5}}+\frac{1}{\sqrt{3^5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^5}}+\cdots$ 2) $2+\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{9}}+\cdots+\frac{2}{\sqrt{3^n}}+\cdots$

3) $0{,}1+0{,}01+0{,}001\cdots+0{,}1^n+\cdots$ 4) $1{,}1-1{,}21+1{,}331-\cdots+(-1)^{n+1}\cdot 1{,}1^n+\cdots$

5) $1+\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{9}}+\cdots+\frac{n+1}{\sqrt{3^n}}+\cdots$

8. Ряд $\sin\frac{1}{2^2}-\sin\frac{1}{4^2}+\sin\frac{1}{8^2}-\cdots+(-1)^n\sin\frac{1}{(2^n)^2}+\cdots$ является

1) сходящимся геометрическим 2) расходящимся геометрическим

3) рядом лейбницевского типа 4) обобщенным гармоническим рядом

5) рядом, для которого не выполняется необходимый признак сходимости ряда

9. Среди рядов

1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{2}{7}\right)^n$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sin\frac{n}{n+1}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{n^3+1}$; 4) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{n+1}{n+2}$

сходящимися рядами являются

1) 1 и 2 2) 2 и 4 3) 1 и 4 4) 3 и 4 5) 1 и 3

10. Среди рядов

1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{1000\,n+1}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sqrt[n]{0{,}001}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n!}$; 4) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

расходящимися рядами являются

1) 1 и 2 2) только 1 3) 2, 3 и 4 4) 3 и 4 5) 2 и 4

11. Радиус сходимости ряда $10x+100x^2+\ldots+10^n x^n+\ldots$ равен

1) 10 2) 0 3) 1 4) 0,1 5) ∞

12. Радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{e^n\cdot x^n}{n!}$ равен

1) 1 2) 0 3) $\frac{1}{e}$ 4) e 5) ∞

13. Радиус сходимости ряда

$\sin 1\cdot(x-4)+\sin\frac{1}{2}\cdot(x-4)^2+\ldots+\sin\frac{1}{n}\cdot(x-4)^n+\ldots$ равен

1) $\sin 1$ 2) 4 3) 1 4) 0 5) ∞

14. Радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{5^n(x+2)^n}{n}$ равен

1) 1 2) 0,2 3) 5 4) e 5) ∞

15. В какой из указанных точек функциональный ряд

$\ln(x+1)+\ln^2(x+1)+\ldots+\ln^n(x+1)+\ldots$ сходится?

1) 1 2) 2 3) –0,9 4) $e-1$ 5) –1

16. В какой из указанных точек функциональный ряд $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^n$ расходится?

1) –2 2) 0 3) –1 4) –8 5) –19

17. Найдите область абсолютной сходимости ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{x^n}$.

1) $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ 2) $[1;+\infty)$ 3) $(-\infty;-1]$

4) $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ 5) $(-1;1)$

18. Найдите область условной сходимости ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n+1}$.

1) $(-1;1]$ 2) $[-1;1)$ 3) $[-1;1]$ 4) $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ 5) $(-1;1)$

19. Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x-3)^n n}{n+1}$.

1) $(2;4]$ 2) $[2;4)$ 3) $(-3;3]$ 4) $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ 5) $(2;4)$

20. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{n+1}$ равна

1) $\frac{1}{e}$ 2) ln 2 3) e 4) 1 5) ∞

21. Сумма ряда $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ равна

1) $\frac{1}{e}$ 2) $\cos(-1)$ 3) $\sin 1$ 4) 1 5) ∞

22. Сколько ненулевых слагаемых в ряде Тейлора функции $y=\cos x$ в окрестности точки $x_0=0$ надо взять, чтобы вычислить $\cos 0{,}5$ с точностью $\varepsilon=10^{-2}$?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

23. Вычислите $e^{-0{,}5}$ с точностью $\varepsilon=10^{-2}$.

1) 0,61 2) 0,606 3) 0,59 4) 0,60 5) 0,607

24. Применяя почленное дифференцирование, вычислите сумму ряда

$$x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\cdots+\frac{x^{2n-1}}{2n-1}+\cdots \quad \text{при } |x|<1.$$

1) $\frac{1}{1-x^2}$ 2) 1 3) $\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ 4) $\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$ 5) ∞

25. Применяя почленное интегрирование, вычислите сумму ряда

$$2x+3x^2+4x^3+\cdots+(n+1)x^n+\cdots \quad \text{при } |x|<1.$$

1) $\frac{1}{1-x^2}$ 2) $\frac{x^2}{1-x}$ 3) $\frac{2x-x^2}{(1-x)^2}$

4) $\frac{1+x}{1-x}$ 5) $\frac{x}{1-x}$

26. Найдите третий ненулевой член степенного ряда функции xe^{-x} в окрестности точки $x_0=0$.

1) $-\frac{x^3}{3!}$ 2) $\frac{x^3}{2!}$ 3) $-x^2$ 4) $-\frac{x^4}{3!}$ 5) $\frac{x^4}{3}$

27. Найдите третий ненулевой член степенного ряда функции $(1-x)^2\ln(1+x)$ в окрестности точки $x_0=0$.

1) $\frac{7x^3}{3}$ 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $-2x^2$ 4) $-\frac{5x^2}{2}$ 5) $\frac{x^3}{3}$

28. Найдите второй отличный от нуля член разложения функции $f(x)=\frac{1}{x}$ в степенной ряд по степеням $x+2$.

1) $-\frac{1}{2}(x+2)$ 2) $-\frac{x^2}{2}$ 3) $-2(x+2)^2$

4) $-\frac{1}{4}(x+2)$ 5) $-\frac{1}{4}(x+2)^2$

29. С помощью ряда Тейлора с остаточным членом в форме Пеано найдите предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x-x}{\sin 5x-x}.$$

1) $\frac{3}{5}$ 2) 0 3) $\frac{1}{2}$ 4) 1 5) $-\frac{3}{5}$

30. С помощью ряда Тейлора с остаточным членом в форме Пеано найдите предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2 - x\sin x}{1-\cos 2x^2}.$$

1) $\frac{1}{12}$ 2) 0 3) 1 4) $\frac{1}{2}$ 5) ∞

Аудиторная контрольная работа “Поверхностные интегралы”

для оценки уровня сформированности компетенции ОПК-1 на этапе «Владения»

Вариант 1

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S (y+z)ds$ по пространственной области $S=\{(x,y,z)\}$, определяемой условиями $\left\{\begin{matrix} x+y+z=1, \\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0 \end{matrix}\right\}$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S xdydz + ydzdx + zdxdy$, где S - внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=a^2$.

Вариант 2

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S z^2 dS$, где S – полная поверхность конуса $\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 2$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_S xdydz + ydzdx + zdxdy$, где S – верхняя сторона части плоскости $x+z-1=0$, отсеченной плоскостями $y=0,\quad y=4$ и лежащей в первом октанте.

Перечень вопросов для экзамена (1 семестр)

I. Множества и функции

1. Множества. Конечные и бесконечные множества. Равные множества. Подмножества. Операции над множествами. Способы задания множеств. Разбиение множества.
2. Отношения между множествами. Общее понятие функции. Обратимая и обратная функции. Взаимно-однозначное отображение. Композиция функций.
3. Последовательности. Подпоследовательности.
4. Множество Q рациональных чисел. Свойства. Геометрическое изображение рациональных чисел.

5. Аксиоматическое построение множества R действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел. Расширенное множество действительных чисел $\overline{R}$.
6. Модуль действительного числа. Геометрический смысл. Теоремы о модуле действительного числа.
7. Промежутки действительных чисел. Окрестность точки $a \in \overline{R}$.
8. Ограниченные множества. Критерий ограниченности. Примеры. Неограниченные множества. Примеры.
9. Грани множества. Теоремы о существовании граней ограниченного множества.
10. Числовая функция числового аргумента. График функции. Геометрическое изображение последовательностей. График обратной функции.
11. Способы задания функций. Функции, заданные параметрически. Функции, заданные в полярной системе координат.
12. Ограниченные и неограниченные функции. Геометрическое истолкование. Грани функции. Примеры.
13. Монотонные функции. Кусочно-монотонные функции. Примеры.
14. Четные и нечетные функции. Теоремы о них. Примеры.
15. Периодические функции. Теоремы. Примеры.

П. Предел функции. Непрерывные функции

1. Предельная точка множества. Критерии предельной точки. Примеры.

2. Предел функции. Геометрический смысл. Теорема о единственности предела.

3. Локальные свойства функций, имеющих конечный предел.

4. Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Теоремы о б.м.ф.

5. Критерий того, что $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b \in R$. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные пределы.

6. Бесконечно большие функции (б.б.ф.). Связь между б.б.ф. и б.м.ф.

7. Б.б.ф. Теоремы об арифметических операциях над б.б.ф.

8. Неопределенности и их виды.

9. Сравнение б.м.ф. Теоремы о замене эквивалентных б.м.ф. Теорема об эквивалентности суммы б.м.ф.

10. Сравнение б.б.ф. Теорема о замене эквивалентных б.б.ф. Теорема об эквивалентности суммы б.б.ф.

11. Композиция функций. Теорема о пределе сложной функции.

12. Последовательности. Свойства последовательностей. Предел последовательности. Геометрический смысл. Условия сходимости.

13. Теорема Вейерштрасса о сходимости последовательности.

14. Второй замечательный предел. Следствия.

15. Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на множестве. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

16. Арифметические операции над непрерывными функциями. Теорема о непрерывности сложной функции.

17. Теоремы Больцано-Коши о непрерывных на отрезке функциях. Следствия.

18. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных на отрезке функциях. Следствия.

19. Обратная функция. Теорема о существовании непрерывной обратной функции.

20. Асимптоты графика функции. Критерий наклонной асимптоты.

III. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Дифференцируемые функции. Производная и дифференциал функции. Необходимое условие дифференцируемости функции. Критерий дифференцируемости.

2. Геометрический и физический смыслы дифференцируемости функции, ее производной и дифференциала.

3. Арифметические операции над дифференцируемыми функциями.

4. Производная обратной функции. Производная сложной функции.

5. Производные основных элементарных функций.

6. Свойство инвариантности формы дифференциала первого порядка.

7. Дифференцирование степенно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование.

8. Дифференцирование параметрически заданных функций.

9. Производные и дифференциалы высших порядков.

10. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа, Коши.

11. Глобальные и локальные экстремумы функции. Достаточное условие отсутствия локального экстремума функции в точке.

12. Необходимое условие локального экстремума.

13. Теоремы Лопиталя для случаев неопределенностей “0/0” и “∞/∞”.

14. Критерии постоянства и монотонности функции на промежутке. Их применение при доказательстве тождеств и неравенств.

15. Достаточные условия локального экстремума функции.

16. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.

17. Выпуклые и вогнутые функции. Достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции на промежутке.

18. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.

IV. Интегральное исчисление функции одной переменной

а) Неопределенный интеграл

1. Первообразная функции. Теорема о двух первообразных для одной и той же функции. Неопределенный интеграл. Определение и свойства.
2. Методы интегрирования неопределенного интеграла: табличный метод, метод интегрирования по частям, метод замены. Примеры.
3. Интегрирование простейших дробей I-IV типов. Интегрирование рациональных функций. Примеры.
4. Интегрирование некоторых иррациональных функций: $\int \frac{Mx+N}{\sqrt{x^2+bx+c}}dx$, $\int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{r_1}, \ldots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{r_s}\right)dx.$ Подстановки Чебышева. Подстановки Эйлера. Примеры.
5. Интегрирование тригонометрических выражений. Примеры.

б) Определенный интеграл

1. Определение определенного интеграла по Риману. Ограниченность интегрируемой функции. Критерий Коши существования определенного интеграла.
2. Нижняя и верхняя суммы Дарбу. Свойства I-IV.
3. Классы интегрируемых функций.
4. Свойства определенного интеграла.
5. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Связь между определенным и неопределенным интегралами.
6. Формула Ньютона – Лейбница. Примеры.
7. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям для вычисления определенного интеграла. Примеры.
8. Применение определенного интеграла для вычисления: площадей плоских фигур, длин дуг кривых. Примеры.
9. Применение определенного интеграла для вычисления объёмов прямого цилиндрического тела, регулярного тела и тела вращения. Примеры.
10. Применение определенного интеграла для вычисления площади поверхности вращения. Примеры.
11. Принцип Кавальери. Теоремы Гульдина – Паппа.
12. Несобственные интегралы 1 рода. Определение. Методы вычислений. Признак сравнения. Признаки Дирихле и Абеля.
13. Несобственные интегралы 2 рода. Определение. Методы вычислений. Признак сравнения. Признаки Дирихле и Абеля.
14. Несобственные интегралы 1 и 2 рода в смысле главного значения.

Перечень вопросов для экзамена (2 семестр):

I. Ряды

а) Числовые ряды

1. Числовые ряды. Основные понятия. Остаток ряда.

2. Умножение ряда на число и сложение рядов.

3. Необходимый признак сходимости и достаточное условие расходимости числового ряда. Гармонический ряд.

4. Ряды с положительными членами. Необходимый и достаточный признак сходимости. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признак сравнения; признак Даламбера; радикальный признак Коши; интегральный признак Коши. Примеры.

5. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Примеры.

6. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема Коши об абсолютной сходимости ряда.

7. Свойства сходящихся рядов: сочетательность, перестановка членов положительного ряда и абсолютно сходящегося ряда.

8. Теорема об умножении абсолютно сходящихся рядов.

б) Функциональные последовательности и функциональные ряды

1. Ф.п. и ф.р. Основные понятия. Поточечная и равномерная сходимости ф.п. и ф.р. Критерии Коши равномерной сходимости ф.п. и ф.р.

2. Достаточный признак Вейерштрасса равномерной сходимости ф.р.

3. Свойства равномерно сходящихся ф.п. и ф.р.: о непрерывности суммы ф.р. и ф.п.; о почленном интегрировании и почленном дифференцировании ф.р. и ф.п.

4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теоремы об интервале и области сходимости степенного ряда.

5. Функциональные свойства степенных рядов: равномерная сходимость; функциональные свойства суммы; сохранение интервала сходимости при почленном интегрировании и почленном дифференцировании.

6. Задача разложения функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.

7. Формула Тейлора. Теорема о формах остаточного члена.

8. Критерий разложимости функции в степенной ряд.

9. Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд.

10. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды. Примеры.

11. Применение рядов в приближенных вычислениях: вычисление значений функций, вычисление определенных интегралов, нахождение приближенных решений д.у., вычисление пределов.

II. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.

1. Понятие ФМП (ее область определения, область значений, график, характеристическое свойство графика, поверхности (линии) уровня).

2. Предел ФМП по Коши (на языке шаровых и кубических окрестностей) и по Гейне.

3. Непрерывность ФМП по совокупности переменных и по фиксированной переменной; связь между этими двумя понятиями. Теорема о непрерывности в точке композиции непрерывных функций. Теоремы о функциях, непрерывных на множествах.

4. Равномерная непрерывность ф.м.п. Теорема Кантора.

5. Понятия частного приращения аргумента и частного приращения ФМП. Определение частной производной ФМП и ее геометрический смысл.

6. Определение ФМП, дифференцируемой в точке. Необходимое условие дифференцируемости ФМП в точке. Связь между дифференцируемостью ФМП в точке и существованием в ней конечных частных производных.

7. Дифференцирование сложной функции МП.

8. Понятия частного и полного дифференциалов ФМП. Геометрический смысл полного дифференциала функции 2-х переменных.

9. Инвариантность формы первого дифференциала относительно выбора переменных.

10. Градиент ФМП. Производная по направлению. Связь между этими понятиями.

11. Частные производные ФМП высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

12. Неявная функция. Ее дифференцирование.

13. Дифференциалы высших порядков ФМП. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков.

14. Экстремумы ФМП. Необходимое условие экстремума ФМП.

15. Достаточное условие локального экстремума ФМП.

16. Условный экстремум. Функция Лагранжа.

III. Кратные интегралы

1. Задача о вычислении объема цилиндрического бруса. Определение двойного интеграла.

2. Условия существования двойного интеграла. Классы интегрируемых функций.

3. Выражение объема и площади двойным интегралом.

4. Свойства интегрируемых функций и двойных интегралов.

5. Вычисление двойного интеграла:

а) приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.

б) приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.

6. Замена переменных в двойном интеграле: а) отображения плоских областей; якобиан отображения, б) криволинейные координаты, в) геометрический смысл якобиана отображения, г) замена переменных в двойном интеграле, д) двойной интеграл в полярных координатах.

7. Приложения двойных интегралов.

8. Определение тройного интеграла. Свойства тройных интегралов. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле: цилиндрические и сферические координаты.

9. Приложения тройных интегралов.

IV. Криволинейные интегралы

1. Определение криволинейного интеграла 1-го рода (по длине дуги). Существование и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
2. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения.
3. Определение криволинейного интеграла 2-го рода (по координатам). Существование и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
4. Свойства криволинейного интеграла 2-го рода. Приложения.
5. Формула Грина. Выражение площади через криволинейный интеграл.
6. Условие независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
7. Условие полного дифференциала. Нахождение первообразной.

Структура экзаменационного билета:

билет состоит из пяти вопросов,

первый и второй вопросы – теоретические,

третий, четвертый, пятый вопросы – задачи.

Баллы за ответы на вопросы билета распределяются следующим образом:

1 вопрос: 3 балла;

2 вопрос: 3 балла;

3 вопрос: 8 баллов;

4 вопрос: 8 баллов;

5 вопрос: 8 баллов.

Максимальный балл за билет – 30 баллов.

Если студентом допущены неточности в вычислениях, то ему дается возможность еще раз пересчитать свой результат и повысить тем самым свой балл за ответ на билет.

Если имеются неточности в формулировке понятия или доказательстве утверждений, то студенту могут задаваться дополнительные вопросы, позволяющие более объективно оценить его ответ на билет.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), описание шкал оценивания

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины (*для экзамена:* текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10; *для зачета:* текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

(*для экзамена:*

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов).

Рейтинг-план дисциплины

Рейтинг-план 1 семестра

Виды учебной	Балл за конкретное задание	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
Модуль 1. **Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**			0	**35**
Текущий контроль			0	**20**
Тест “Введение в математический анализ”	10	1	0	10

Аудиторная контрольная работа “Вычисление пределов”	10	1	0	10
Рубежный контроль			0	**15**
Аудиторная контрольная работа “ Производная и исследование функции одной переменной ”	15	1	0	15
<u>Модуль 2.</u> Интегральное исчисление функции одной переменной			0	**35**
Текущий контроль			0	**20**
Домашняя контрольная работа “Неопределенный интеграл”	10	1	0	10
Аудиторная контрольная работа “ Неопределенный интеграл”	10	1	0	10
Рубежный контроль			0	**15**
Аудиторная контрольная работа “Определенный интеграл”	15	1	0	15
Поощрительные баллы			0	**10**
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Подготовка доклада на научную конференцию студентов			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных			**0**	**–6**
2. Посещение практических занятий			0	**-10**
Итоговый контроль				
Экзамен			0	**30**
Итого			0	**110**

Рейтинг-план 2 семестра

Виды учебной	Балл за конкретное	Число заданий за семестр	Баллы	
			Минимальный	Максимальный
<u>Модуль 1.</u> Ряды. Дифференциальное исчисление функции многих переменных			0	**35**
Текущий контроль			0	**20**
Аудиторная контрольная работа “Числовые ряды”	10	1	0	10
Итоговое тестирование по теме “Ряды”	10	1	0	10
Рубежный контроль			0	**15**

Итоговое тестирование по теме “Дифференциальное исчисление функции многих переменных”	15	1	0	15
Модуль 2. **Интегральное исчисление функции многих переменных.**			0	**35**
Текущий контроль			0	**20**
Аудиторная контрольная работа “Кратные интегралы”	20	1	0	20
Рубежный контроль			0	**15**
Аудиторная контрольная работа “Поверхностные интегралы”	15	1	0	15
Поощрительные баллы			0	**10**
1. Студенческая олимпиада			0	5
2. Подготовка доклада на научную конференцию студентов			0	5
Посещаемость (баллы вычитаются из общей суммы набранных баллов)				
1. Посещение лекционных			**0**	**–6**
2. Посещение практических занятий			0	**-10**
Итоговый контроль				
Экзамен			0	**30**
Итого			0	**110**

Результаты обучения по дисциплине (модулю) у обучающихся оцениваются по итогам текущего контроля количественной оценкой, выраженной в рейтинговых баллах. Оценке подлежит каждое контрольное мероприятие.

При оценивании сформированности компетенций применяется четырехуровневая шкала «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».

Максимальный балл по каждому виду оценочного средства определяется в рейтинг-плане и выражает полное (100%) освоение компетенции.

Уровень сформированности компетенции «хорошо» устанавливается в случае, когда объем выполненных заданий соответствующего оценочного средства составляет 80-100%; «удовлетворительно» – выполнено 40-80%; «неудовлетворительно» – выполнено 0-40%

Рейтинговый балл за выполнение части или полного объема заданий соответствующего оценочного средства выставляется по формуле:

Рейтинговый балл = k × Максимальный балл,

где k = 0,2 при уровне освоения «неудовлетворительно», k = 0,4 при уровне освоения «удовлетворительно», k = 0,8 при уровне освоения «хорошо» и k = 1 при уровне освоения «отлично».

Оценка на этапе промежуточной аттестации выставляется согласно Положению о модульно-рейтинговой системе обучения и оценки успеваемости студентов УУНиТ:

На экзамене выставляется оценка:
• отлично - при накоплении от 80 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),
• хорошо - при накоплении от 60 до 79 рейтинговых баллов,
• удовлетворительно - при накоплении от 45 до 59 рейтинговых баллов,
• неудовлетворительно - при накоплении менее 45 рейтинговых баллов.

При получении на экзамене оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», на зачёте оценки «зачтено» считается, что результаты обучения по дисциплине (модулю) достигнуты и компетенции на этапе изучения дисциплины (модуля) сформированы.